Fluktuácie počtu protónov a fázový diagram silno interagujúcej hmoty

Boris Tomášik

FJFI

boris.tomasik@umb.sk

17.1.2019

(Stredný) počet častíc v štatistickej fyzike

Grandkánonický súbor
$\Rightarrow$ systém si vymieňa častice s rezervoárom (heatbath)

(suma cez $\forall$ stavy)

$$\langle N \rangle = \sum_i N_i P_i = \frac{\sum_i N_i w_i}{\sum_i w_i} = \frac{\sum_i N_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)}{\sum_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \frac{\mu}{T}}}{Z} = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu}{T}}$$

Relativistický systém:

- možnosť tvorby párov častica+antičastica
- klasifikácia stavov podľa **zachovávajúceho sa** kvantového čísla (napríklad B, zachováva sa v mikroskopických procesoch)
- systém si vymieňa s rezervoárom zachovávajúci sa náboj

$$\langle B \rangle = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu_B}{T}}$$

Vyššie momenty rozdelenia (netto) počtu častíc

vyššie derivácie $\ln Z$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ln Z}{\partial\left(\frac{\mu}{T}\right)^2} &= \langle N^2\rangle - \langle N\rangle^2 = \mu_2 = \kappa_2 = \sigma^2 = VT^3\chi_2 \\
\frac{\partial^3 \ln Z}{\partial\left(\frac{\mu}{T}\right)^3} &= \langle N^3\rangle - 3\langle N^2\rangle\langle N\rangle + 2\langle N\rangle^3 = \mu_3 = \kappa_3 = VT^3\chi_3 \\
\frac{\partial^4 \ln Z}{\partial\left(\frac{\mu}{T}\right)^4} &= \langle N^4\rangle - 4\langle N^3\rangle\langle N\rangle - 3\langle N^2\rangle^2 + 12\langle N^2\rangle\langle N\rangle^2 - 6\langle N\rangle^4 \\
&= \mu_4 - 3\mu_2^2 = \kappa_4 = VT^3\chi_4
\end{aligned}
$$

centrálne momenty rozdelenia μ_i, kumulanty rozdelenia κ_i, susceptibility χ_i

Korelácie rôznych nábojov

vyššie derivácie $\ln Z$ podľa rôznych chemických potenciálov

$$\frac{\partial^{i+j+k} \ln Z}{\partial\left(\frac{\mu_B}{T}\right)^i \partial\left(\frac{\mu_S}{T}\right)^j \partial\left(\frac{\mu_Q}{T}\right)^k} = VT^3 \chi_{i,j,k}^{B,S,Q}$$

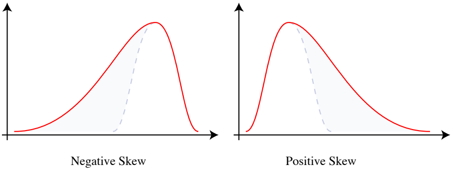
Napríklad

$$\frac{\partial^2 \ln Z}{\partial\left(\frac{\mu_B}{T}\right) \partial\left(\frac{\mu_S}{T}\right)} = \langle BS \rangle$$

Ďalšie charakteristiky rozdelenia

Koeficient šikmosti (skewness)

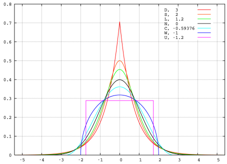
$$S = \frac{\kappa_3}{\kappa_2^{3/2}} = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$



[Rodolfo Hermans on Wikipedia, and Wikipedia]

Koeficient špicatosti

$$\kappa = \frac{\kappa_4}{\kappa_2^2} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$$

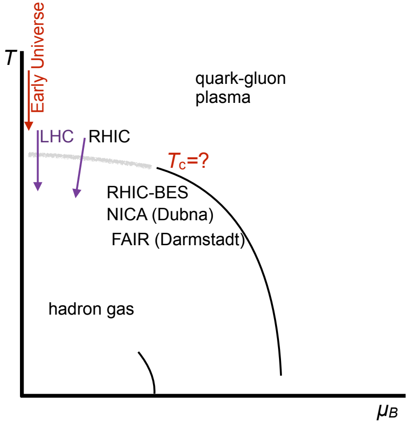


Pomery nezávislé na objeme

$$S\sigma = \frac{\kappa_3}{\kappa_2} = \frac{\mu_3}{\sigma^2} = \frac{\chi_3}{\chi_2}$$

$$\kappa\sigma^2 = \frac{\kappa_4}{\kappa_2} = \frac{\mu_4}{\sigma^2} - 3\sigma^2 = \frac{\chi_4}{\chi_2}$$

Fázový diagram silno interagujúcej hmoty



Zrážky pri rôznych energiách sondujú rôzne miesta vo fázovom diagrame.

Netto baryónová hustota parametrizovaná chemickým potenciálom

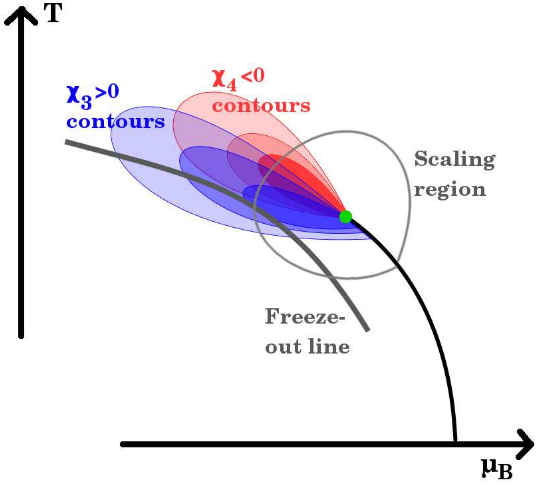
$$\frac{\rho_B}{\rho_{\bar{B}}} \propto \exp\left(\frac{2\mu_B}{T}\right)$$

Miliónová otázka: kde je kritický bod?

Kritický bod – fázový prechod druhého druhu.
V okolí kritického bodu očakávame veľké fluktuácie (baryónového čísla).

Fluktuácie a fázový diagram

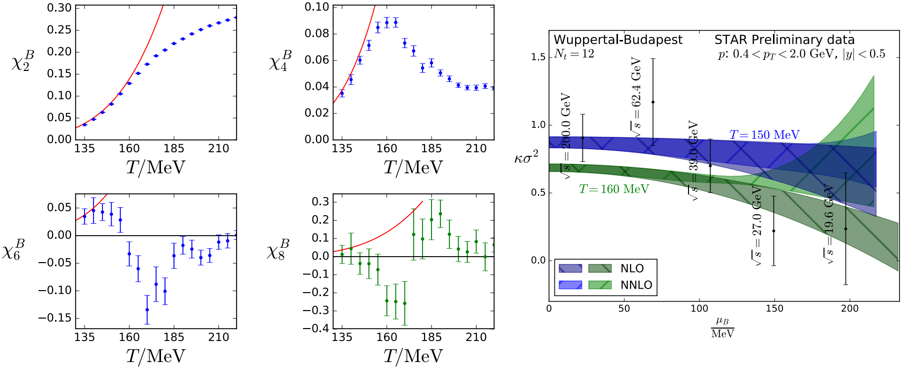
Príklad: susceptibility v Isingovom modeli (rovnaká trieda univerzality)



[J.W. Chen et al.: Phys. Rev. D 95 (2017) 014038]

Susceptibility v QCD na mriežke

Štatistická fyzika so silno interagujúcou hmotou.
Kvarkové a gluónové polia na diskrétnej a konečnej mriežke
Simulácie fungujú len pri $\mu_B^2 \leq 0$ (extrapolácia do fyzikálnych μ_B)



[S. Borszanyi et al., JHEP 1810 (2018) 205]

Susceptibility v hadrónovom plyne v chemickej rovnováhe

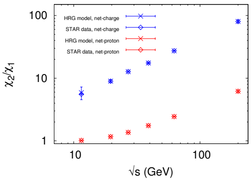
Plyn interagujúcich hadrónov = ideálny plyn hadrónov a rezonancií.
[R. Dashen, S.-K. Ma, H.J. Bernstein, Phys. Rev. 187 (1969) 345-370]

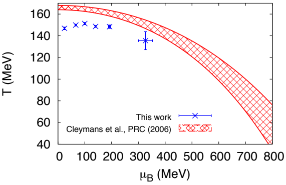
$$\ln Z = \sum_i \pm \frac{g_i V}{(2\pi)^3} \int d^3p \ln \left[1 \pm \exp\left(- \frac{E_i(p) - \mu_i}{T} \right) \right]$$

suma cez druhy častíc (okolo 300 druhov rezonancií)

$$\mu_i = B_i \mu_B + S_i \mu_S + Q_i \mu_Q$$

$$\mu_S = \mu_S(\mu_B, T)\,, \quad \langle S \rangle = 0\,, \qquad \mu_Q = \mu_Q(\mu_B, T)\,, \quad \langle Q \rangle = \frac{Z}{A} \langle B \rangle$$





[P. Alba et al.,
Phys. Lett. B 738 (2014) 305]

Susceptibility v nerovnovážnom hadrónovom plyne

po chemickom vymrznutí druhy častíc interagujú a majú vlastné chemické potenciály:

- chemické potenciály pre každý stabilný druh častíc
- rezonancie: $\mu_R = \sum_i N_{i,R}\mu_i$, (suma cez stabilné druhy hadrónov)

$\Rightarrow$ Pepa Uchytil

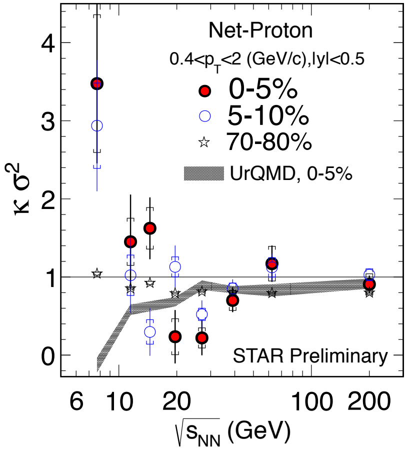
Fluktuácie počtu baryónov: meranie

- baryóny sa nedajú merať
  - protóny sú náhradou
  - rýchle izospinové premiešanie: protóny sú ok

- baryónové číslo sa v malom systéme zachováva
- objem vzniknutej hmoty fluktuuje
  - fireball mimo akceptanciu funguje ako rezervoár
  - vplyv malého objemu treba vziať do úvahy

- efektivita detektora nie je dokonalá

Fluktuácie počtu protónov: dáta



[STAR, PRL 112 (2014) 032302, CPOD2014, QM2015]

Obrovský nárast koeficientu špicatosti pri nízkych zrážkových energiách.

Referenčné hodnoty: simulácia Monte Carlo

- baryónové číslo sa zachováva
- v simulácii len protóny a neutróny (a ich antičastice)
- len (fluktuujúca) časť príchodzích nukleónov sa zúčastňuje zrážky
- izospin udretých nukleónov sa zachováva
- udreté nukleóny majú dvojité normálne rozdelenie v rapidite
  počet protónov z tohto zdroja fluktuuje, kvôli
    - fluktuáciám počtu udretých nukleónov
    - náhodnému počtu protónov spomedzi udretých nukleónov
    - obmedzenej akceptancii z celého rozdelenia v rapidite
- dodatočne produkované páry $B\bar{B}$ s plochým rozdelením v rapidite
  počet (netto) protónov z tohto zdroja fluktuuje kvôli:
    - Poissonovským fluktuáciám počtu $B\bar{B}$, stredná hodnota úmerná N_{wound}
    - náhodnému priradeniu protónov a antiprotónov ($p = 1/2$)
    - obmedzenej akceptancii z celého rozdelenia v rapidite

$\Rightarrow$ **zloženie zranených/produkovaných protónov závisí na energii, centralite a okne v rapidite**

Rozdelenie zranených nukleónov v rapidite

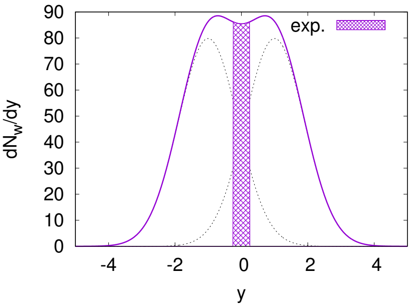
$$\frac{dN_w}{dy}(y) = \frac{N_w}{2\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \left\{ \exp\left(-\frac{(y-y_m)^2}{2\sigma_y^2} \right) + \exp\left(-\frac{(y+y_m)^2}{2\sigma_y^2} \right) \right\}$$

Parametre:

- $\sigma_y = 0.8$
- y_m získané a

$$N_{p-\bar{p}} = \frac{Z}{A} \int_{-y_b}^{y_b} \frac{dN_w}{dy}\, dy$$

kde
$N_{p-\bar{p}}$ in $|y| < y_b = 0.25$
sa vzalo z meraní STAR:
PRC**79** (2009) 034909,
PRC**96** (2017) 044904



Ilustrácia pre: $y_m = 1$, $dy = 0.8$

Rozdelenie produkovaných párov $N\bar{N}$ v rapidite

$$\frac{dN_{B\bar{B}}}{dy} = N_{B\bar{B}} \frac{C}{1 + \exp\left(\frac{|y| - y_m}{a}\right)}$$

Parametre:

- $C = \left(2a \ln\left(e^{y_m/a} + 1\right)\right)^{-1}$
- $a = \sigma_y/10$
- počet $N_{B\bar{B}}$ získané z

$$N_{\bar{p}} = \frac{1}{2}\int_{-y_b}^{y_b} \frac{dN_{B\bar{B}}}{dy}\, dy$$

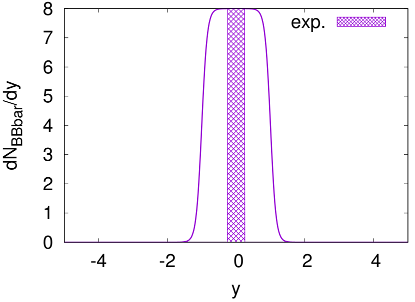
kde

$N_{\bar{p}}$ in $|y| < y_b = 0.25$

je z meraní STAR:

PRC**79** (2009) 034909,

PRC**96** (2017) 044904



Ilustrácia pre: $y_m = 1$, $a = 0.08$

Ďalšie vlastnosti modelu

Určenie izospinu

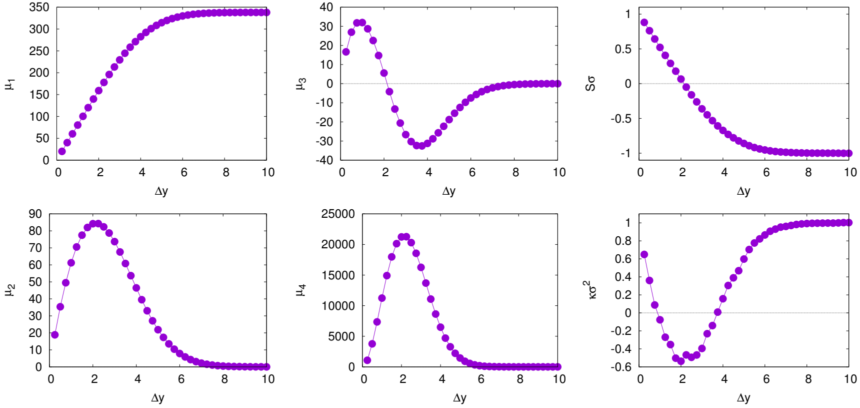
- Zranené nukleóny si pamätajú svoj izospin. (možno vypnúť)
- v takom prípade hypergeometrické rozdelenie počtu zranených protónov
- produkovaný nukleón je protónom s pravdepodobnosťou $1/2$

Glauber Monte Carlo

- použité GLISSANDO 2
  [M. Rybczyński *et al.*, Comp. Phys. Commun. **185** (2014) 1759]
- centralita určená deponovanou mierkou energie (analogicky k experimentu)

Rozcvička: zachovanie baryónového čísla

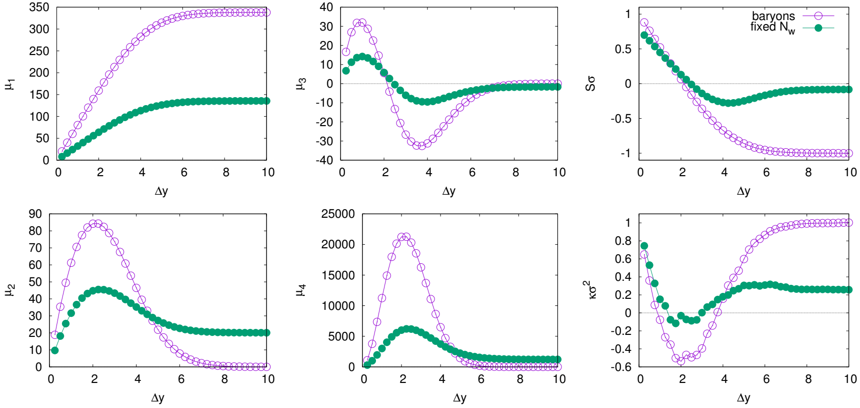
Momenty rozdelenia počtu baryónov okolo strednej rapidity



$N_w = 338,\ N_{B\bar{B}} = 16.94,\ y_m = 1.019,\ 5 \times 10^7$ udalostí

Netto počet protónov: závislosť na šírke okna v rapidite

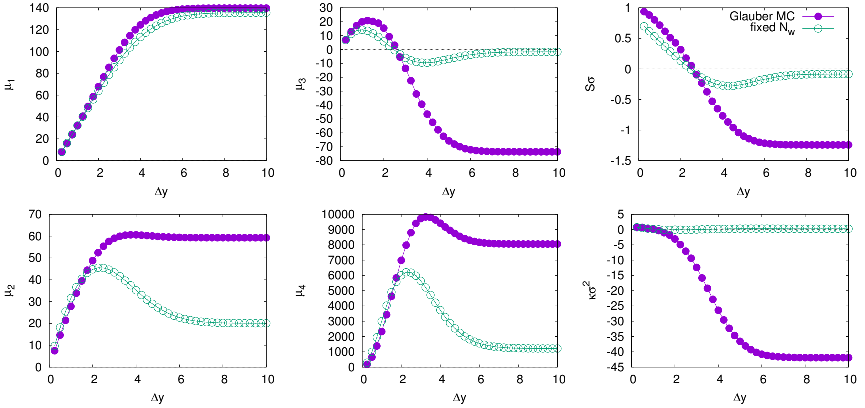
Momenty rozdelenia netto počtu protónov v okolí strednej rapidity



$N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí

Závislosť na Δy: fixované N_w vs. Glauber MC

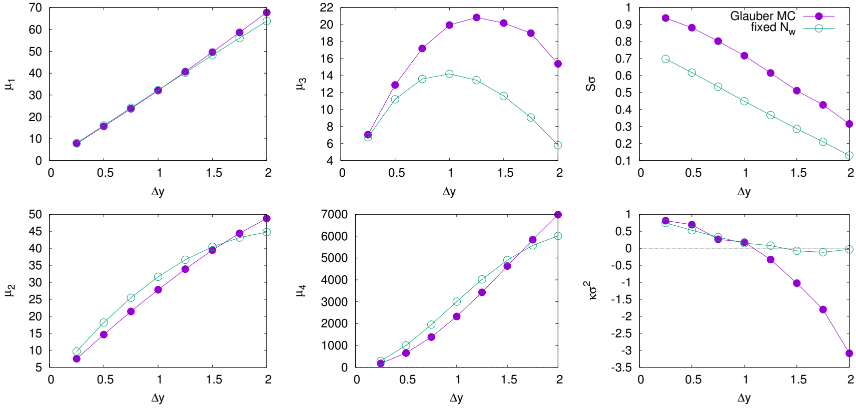
Momenty rozdelenia $p - \bar{p}$ v okolí $y = 0$



$N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí,
Glauber MC: 1.2×10^6 udalostí

Závislosť na Δy: fixované N_w vs. Glauber MC

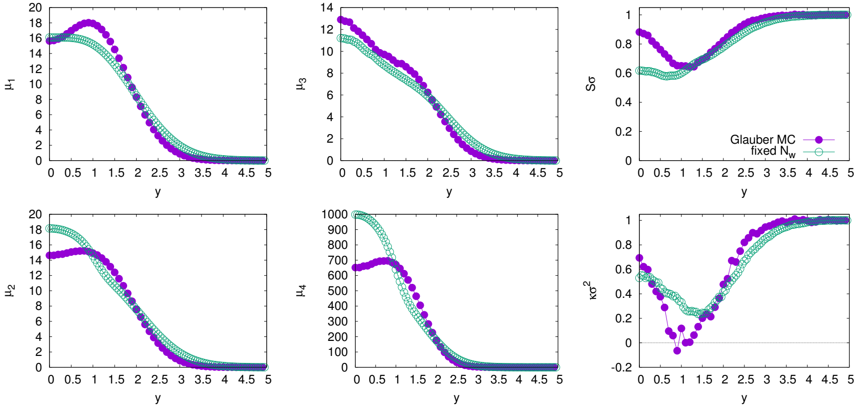
Momenty rozdelenia $p - \bar{p}$ v okolí $y = 0$: priblíženie pokrytia detektorom



$N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí,
Glauber MC: 1.2×10^6 udalostí

Počet netto protónov: závislosť na rapidite

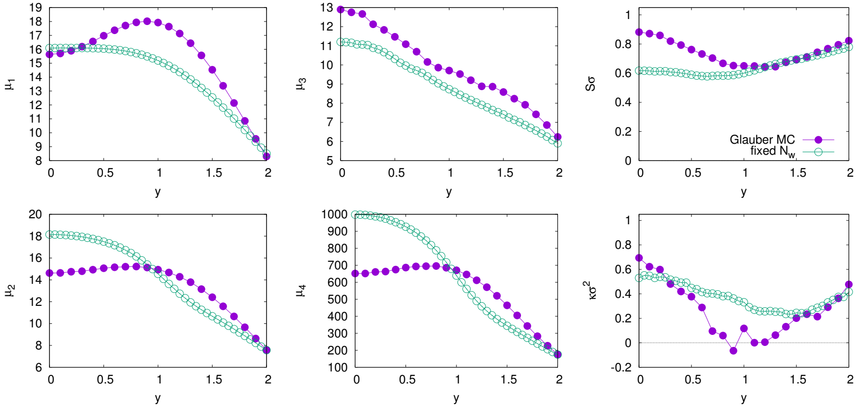
Momenty rozdelenia $p - \bar{p}$ pre $\Delta y = 0.5$



$N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí,
Glauber MC: 1.2×10^6 udalostí

Počet netto protónov: závislosť na rapidite

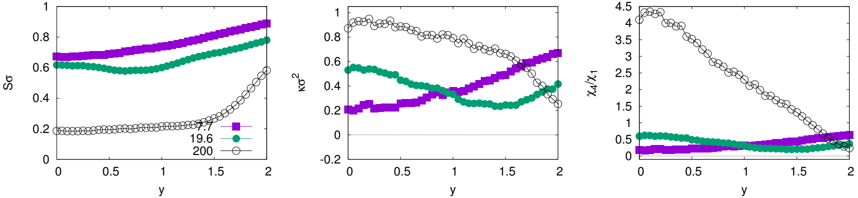
Momenty rozdelenia $p - \bar{p}$ pre $\Delta y = 0.5$: priblíženie pokrytia detektorom



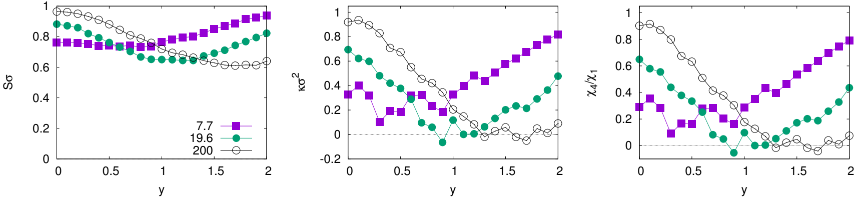
$N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí,
Glauber MC: 1.2×10^6 udalostí

Závislosť na rapidite pre rôzne energie zrážky

Fixované $N_w = 338$, $N_{B\bar{B}} = 16.94$, $y_m = 1.019$, 2×10^7 udalostí,

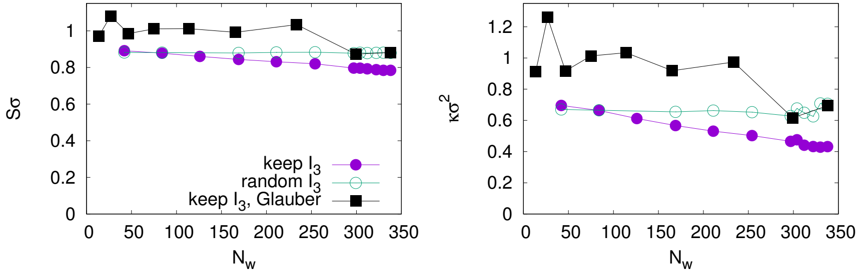


Glauber MC, 1.2×10^6 udalostí



Netto počet protónov: závislosť na centralite

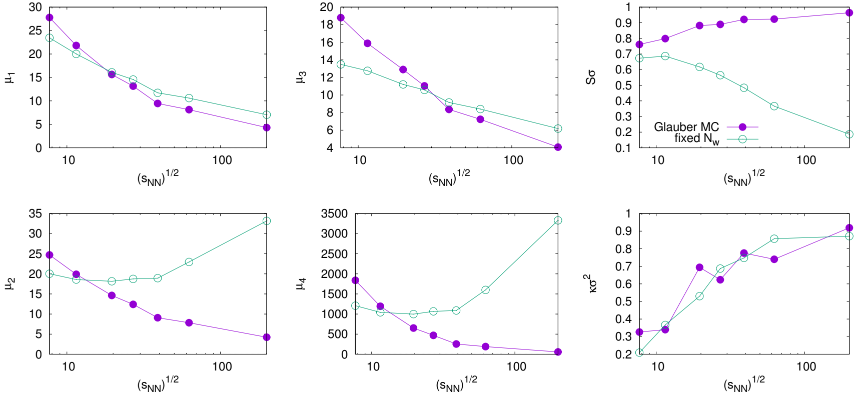
$\sqrt{s_{NN}} = 19.6$ GeV: $y_m = 1.019$, $N_{B\bar{B}}/N_w = 0.050$
Štatistika: 2×10^7 pre fixované N_w, $\sim 5 \times 10^5$ pre Glauber MC



$S\sigma$ a $\kappa\sigma^2$ sú nižšie v centrálnejších zrážkach, ak si udreté nukleóny pamätajú svoj izospin.

Netto počet protónov: závislosť na energii zrážky

rapiditný interval $\Delta y = 0.5$ okolo $y = 0$
Štatistika: 2×10^7 udalostí pre fixované N_w,
1.2×10^6 udalostí pre Glauber MC



Dôležitosť produkovaných párov $B\bar{B}$ rastie s rastúcou energiou.

Vývoj rozdelenia multiplicity po chemickom vymrznutí

[Radka Sochorová]

V tejto štúdii: proces $a_1 + a_2 \leftrightarrow b_1 + b_2$

- b_1, b_2 zachovávajú náboj $U(1)$
- napríklad produkcia podivnosti $\pi + N \leftrightarrow K + \Lambda$
- n je počet párov b_1, b_2

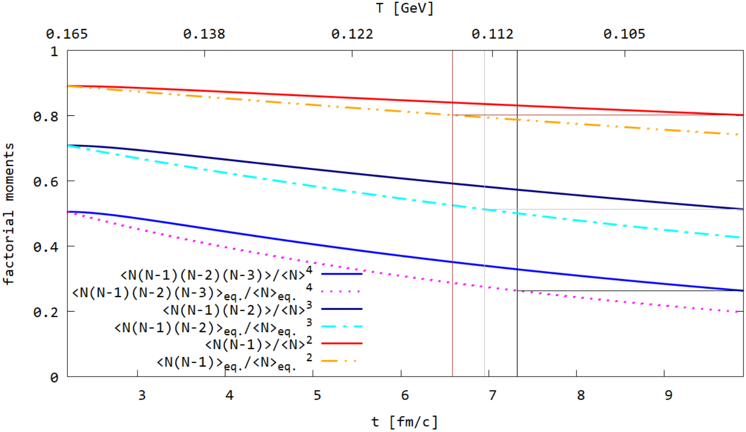
Riadiaca rovnica pre vývoj rozdelenia multiplicity:

$$\frac{dP_n}{dt} = \frac{G}{V} \langle N_{a_1} \rangle \langle N_{a_2} \rangle \left[P_{n-1} - P_n \right] - \frac{L}{V} \left[n^2 P_n - (n+1)^2 P_{n+1} \right]$$

$$\{\text{vytvorenie páru } b\} \quad - \quad \{\text{anihilácia páru } b\}$$

Zdanlivá teplota vymrznutia

V prudko chladnúcom fireballe sa rozdelenie multiplicity vyvíja nerovnovážne



Štatistické momenty rôznych rádov zdanlivo ukazujú na rôzne teploty.

Zhrnutie

- Meranie rôznych momentov rozdelenia multiplicity nesie zaujímavú informáciu o stave hmoty v rámci fázového diagramu.

- Zaujímavé sú aj korelácie medzi multiplicitami rôznych kvantových nábojov.

- Pri interpretácii dát treba zahrnúť viacero iných možných vplyvov.
  - zachovanie baryónovho čísla
  - fluktuácie objemu
  - obmedzen'a akceptancia
  - hadrónový plyn v chemickej nerovnováhe
  - nerovnovážny vývoj rozdelenia multiplicity
  - ...