

**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Marek Raja

Spektrální závislost generace náboje v polovodičových detektorech pomocí nanosekundových laserových pulsů

Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Eduard Belas, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2020

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Tímto bych chtěl poděkovat především vedoucímu mé bakalářské práce doc. Ing. Eduardu Belasovi, CSc. za obětavou pomoc při tvorbě této práce, od teoretického uvedení do problematiky, přes experimentální získávání dat, interpretaci získaných výsledků a především až po cenné rady zpracování samotné práce. Dále bych chtěl poděkovat prof. RNDr. Romanu Grillovi, DrSc. za hlubší vysvětlení potřebné optoelektronické teorie a za pomoc při interpretaci získaných výsledků. Nedílnou součástí týmu byli také Mgr. Jindřich Pipek a Bc. Marián Betušiak jimž patří velký dík za pomoc a trpělivost při vysvětlování funkčnosti specializovaného softwaru pro analýzu dat. A jako poslední bych chtěl poděkovat mé rodině za podporu a pomoc ve všem, co dělám.

Název práce: Spektrální závislost generace náboje v polovodičových detektorech pomocí nanosekundových laserových pulsů

Autor: Marek Raja

Ústav: Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Eduard Belas, CSc., Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

Abstrakt: Tato práce se zabývá studiem transportu náboje v polovodičovém detektoru tvořeného z materiálu CdZnTe. Teoretické modely rozložení nábojové hustoty jsou založeny na drift-difúzní rovnici s uvažováním nekonečné i konečné doby života nosičů náboje způsobené mělkou a hlubokou pastí. Tvary měřených proudových waveforem metodou L-TCT jsou fitovány metodou Monte Carlo. Získané hodnoty driftové pohyblivosti, profilu elektrického pole, času průchodu náboje a rychlost povrchové rekombinace jsou získány fitováním programem OriginPro.

Klíčová slova: polovodiče, generace náboje, laserové pulsy

Title: Spectral dependency of the charge generation in semiconductor detectors using nano-second laser pulses

Author: Marek Raja

Institute: Institute of Physics of Charles University

Supervisor: doc. Ing. Eduard Belas, CSc., Institute of Physics of Charles University

Abstract: This work deals with the study of charge transport in a semiconductor detector made of CdZnTe material. Theoretical models of charge density distribution are based on a drift-diffusion equation with consideration of infinite and finite lifetime of a charge carrier caused by a shallow and deep trap. The shapes of the measured waveforms with the L-TCT method are fitted by the Monte Carlo method. The obtained values of drift mobility, electric field profile, charge passage time and surface recombination rate are obtained by fitting with the OriginPro program.

Keywords: semiconductors, charge generation, laser pulses

Obsah

Úvod	3
1 Obecná teorie	4
1.1 Elektromagnetické záření	4
1.2 Pásová struktura látek	4
1.3 Absorpce světla v polovodičích	5
1.3.1 Lambert-Beerův zákon	5
1.3.2 Vnější fotoefekt	6
1.3.3 Vnitřní fotoefekt	6
1.3.4 Urbachova hrana	7
1.4 Princip polovodičového detektoru	8
1.5 Charakteristika CdZnTe detektoru	9
2 Kinematika nosičů náboje v detektoru	11
2.1 Model detektoru	11
2.2 Driftová pohyblivost	11
2.3 Drift-difúzní rovnice	12
2.4 Driftová rychlost	13
2.5 Shockley-Ramův teorém	13
2.6 Zachycení náboje na pastech	13
2.6.1 Mělká a hluboká past	15
3 Rozložení náboje a proudová odezva	16
3.1 Fotonový tok	16
3.2 Rozložení náboje pro různé absorpce	16
3.3 Generace náboje u povrchu detektoru	18
3.3.1 Náboj s dobou života větší než čas průchodu detektorem .	18
3.3.2 Náboj s dobou života menší než čas průchodu detektorem	19
3.3.3 Lineární elektrické pole	20
3.4 Absorpce světla v celém objemu detektoru	22
3.4.1 Náboj s dobou života větší než doba průchodu detektorem	22
3.4.2 Náboj s dobou života menší než doba průchodu detektorem	23
3.5 Povrchová rekombinace	23
4 Experimentální část	25
4.1 Metoda tranzientních proudů - TCT	25
4.1.1 Princip	25
4.1.2 Pulzní a DC režim L-TCT	25
4.2 Měřicí aparatura	26
4.2.1 Laser SuperK COMPACT NKT	26
4.2.2 Monochromátor SPM 2 Carl Zeiss	29
4.2.3 Optické vlákna	29
4.3 Proudová waveforma	30
4.4 Fitování metodou Monte Carlo	30
4.5 Výběr parametrů pulzování	31

4.6	Použitý polovodičový detektor	32
4.7	Průběh měření	32
5	Výsledky měření a diskuze	34
5.1	Transport elektronů	34
5.1.1	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím větším než šířka zakázaného pásu	34
5.1.2	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím v okolí energie zakázaného pásu	38
5.1.3	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím menším než energie zakázaného pásu	39
5.2	Transport děr	42
5.2.1	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím větším než šířka zakázaného pásu	42
5.2.2	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím v okolí energie zakázaného pásu	45
5.2.3	Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím menším než energie zakázaného pásu	46
5.3	Povrchová rekombinace	49
	Závěr	51
	Seznam použité literatury	53
	Seznam obrázků	55
	Seznam tabulek	59
	Seznam použitých zkratk	60
A	Přílohy	63
A.1	Maxwellovy rovnice	63
A.2	Matematický aparát	63
A.3	Důkaz odlišnosti sebraného a indukujícího náboje	64

Úvod

Když v roce 1821 Thomas Seebeck objevil polovodičové vlastnosti síranu olovnatého, nikdo tehdy netušil, jaké to bude mít důsledky. Trvalo přes padesát let, než světlo světa spatřily první přístroje využívající usměrňovací schopnosti polovodičů. Velká polovodičová revoluce probíhala v 50. letech minulého století, kde mezi nejvýraznější pokroky bezesporu patří výroba germániových diod a především vynález tranzistoru v Bellových laboratořích následovaný integrovanými obvody. Od té doby se polovodičový svět změnil k nepoznání. Byly objeveny další prvky s polovodičovými vlastnostmi a zároveň připraveny binární, ternární i kvaternární sloučeniny s polovodičovým chováním. Jeden z významných zástupců polovodičových II-VI sloučenin je telurid kadmnatý (CdTe). Tento materiál objevený v šedesátých letech minulého století se dodnes využívá v mnoha aplikacích. Hlavní aplikační oblastí jsou tenkovrstvé solární články, kde reprezentuje největší část celosvětové produkce [1], a detektory rentgenového (RTG) a gama záření. V 90. letech minulého století byl ve snaze rozšířit aplikační možnosti CdTe připraven materiál CdZnTe [2, 3], který se využívá jako podložka pro epitaxní růst úzkopásového polovodiče HgCdTe, používaného na výrobu infračervených detektorů. CdZnTe se dále široce využívá jako materiál pro přípravu detektoru rtg a gama záření, kde díky možnosti přímého převedení záření na proudový signál dosahuje většího rozlišení než další detektory záření, například scintilátory. Hlavní výhodou je možnost pracovat za pokojové teploty [4, 5]. Kvalita detektoru souvisí se způsobem výroby, a proto se hledají různé způsoby charakterizace dynamiky náboje uvnitř detektoru [6]. Standardní spektroskopická měření nám dávají pouze informaci o množství sebraného náboje nikoliv o vlastnostech pohybu vytvořeného náboje uvnitř detektoru. Proto je vhodné volit sofistikovanější způsob měření jako například metodu měření transientních proudů L-TCT.

L-TCT (z anglického *Laser-induced Transient Current Technique*) je charakterizační metoda pracující na principu měření proudu v detektoru indukovaného nábojem, který byl vytvořen dopadajícím laserovým světlem o větší energii než je hodnota zakázaného pásu daného materiálu. Náboj je vytvořen u povrchu nebo v objemu detektoru a díky přiloženému napětí začne driftovat detektorem. Pohybující se náboj indukuje proud, který měříme. Proudové křivky mají specifické průběhy v závislosti na způsobu driftu náboje zkoumaným detektorem.

Náplní této práce je změřit proudové odezvy indukované laserem generovanými nosiči náboje v planárním polovodičovém detektoru z materiálu CdZnTe v závislosti na vlnové délce použitého světla. Hlavním cílem je vytvořit teoretický popis těchto závislostí.

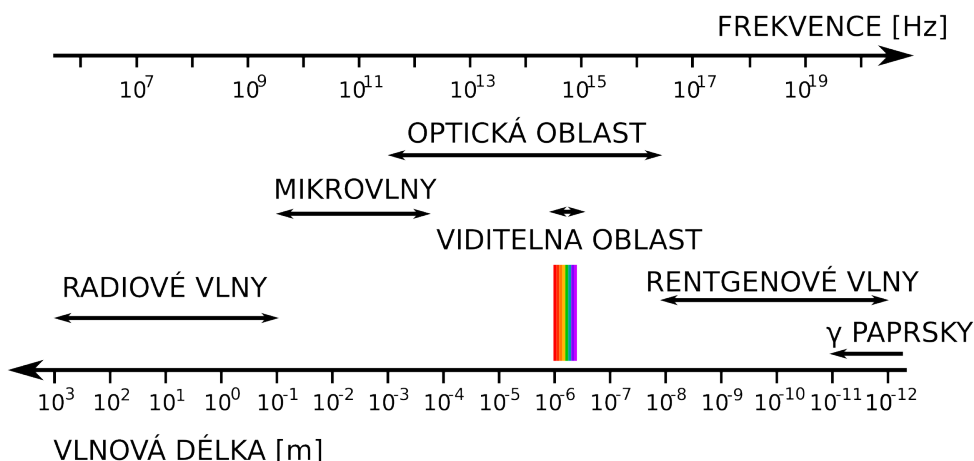
1. Obecná teorie

1.1 Elektromagnetické záření

Elektromagnetickým zářením myslíme postupující vlnění elektromagnetického pole, které se skládá z navzájem kolmých vektorů elektrické intenzity a magnetické indukce splňující Maxwellovy rovnice (viz dodatek A.1). Podle vlnové délky spjaté s energií vztahem

$$E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \quad (1.1)$$

kde h je Planckova konstanta, c je rychlost světla a λ je vlnová délka záření, lze elektromagnetické vlny rozdělit do spektrálních oblastí znázorněných na obrázku 1.1. Každá oblast má své specifické účinky či projevy. Pro zkoumání spektrálních závislostí polovodičových detektorů CdZnTe se v této práci pohybujeme v intervalu vlnových délek 630 nm – 960 nm, které spadají do optické oblasti.



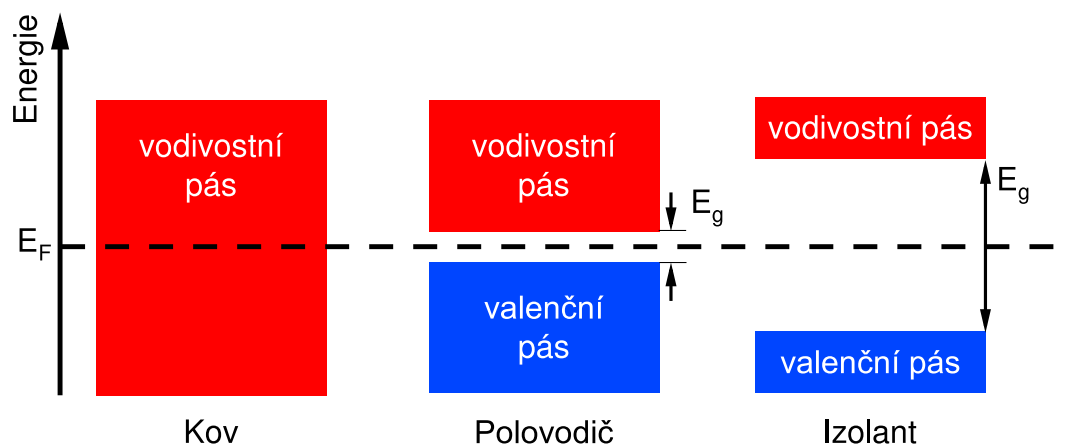
Obrázek 1.1: Spektrum elektromagnetického záření. Převzato z [7].

1.2 Pásová struktura látek

Elektrony v atomech lze popisovat pomocí atomových orbitalů různých tvarů závislých na energii. V případě krystalických pevných látek složených z atomů může docházet k překryvu valenčních elektronů, které vytvoří jednotný orbitalový systém-pásovou strukturu. V důsledku vzájemné interakce energetické stavy nového systému nenabývají diskrétních hodnot energie původních atomů, ale vytvářejí energetické pásy skládající se z mnoha energetických hladin velmi blízko u sebe.

V základní pásové terminologii se rozlišují pásy vodivostní a valenční. Valenčním pásem se nazývá nejvyšší energetický pás, ve kterém se nacházejí nějaké elektrony v základním stavu. Oproti tomu vodivostní pás je interval energií, kde

elektrony nejsou vázány ke konkrétnímu atomu a mohou se volně pohybovat v látce (např. mohou přispívat k vodivosti materiálu). Pomyslný pás mezi vodivostním a valenčním pásem se nazývá zakázaný pás. Je to interval energií, ve kterém se nemůžou nacházet žádné stavy elektronů. Dále se definuje Fermiho energie, jako energie kvantového stavu, který má pravděpodobnost právě 50%, že bude zaplněn elektronem.



Obrázek 1.2: Pásový model pro kov, polovodič a izolant. E_F je hodnota Fermiho energie a E_g energie zakázaného pásu.

Podle elektrických vlastností můžeme pevné látky dělit na kovy, polovodiče a izolanty. Každý typ má svou specifickou pásovou strukturu zobrazenou na obrázku 1.2. Polovodiče lze rozdělit na vlastní a příměsové. Vlastní polovodiče obsahují stejný počet elektronů ve vodivostním pásu a děr ve valenčním pásu. Pro zvýšení vodivosti lze do vlastního polovodiče přidat jiný prvek, který se liší v počtu valenčních elektronů. Prvek s více elektrony, než je mocnost vlastního polovodiče, se nazývá donor (dárce) a majoritními nosiči náboje jsou elektrony. V opačném případě se jedná o akceptor (příjemce) a převládá zde děrová vodivost. Ve směsném polovodiči CdZnTe je nutné uvážit, jaký atom je novým prvkem nahrazen. Pokud jsou například Cd nebo Zn se dvěma valenčními elektrony nahrazeny prvkem ze třetí skupiny periodické tabulky, vznikne donor. Naproti tomu prvek z páté skupiny, který nahradí v mřížce telur se šesti valenčními elektrony, vytvoří akceptor.

1.3 Absorpce světla v polovodičích

1.3.1 Lambert-Beerův zákon

Elektromagnetické záření ve formě harmonické rovinné vlny pohybující se ve vodivém homogenním izotropním prostředí interaguje s látkou formou postupné absorpce. Zákon, který popisuje tuto závislost, se jmenuje Lambert-Beerův zákon a lze ho podle [7] vyjádřit pomocí exponenciálního poklesu intenzity elektromagnetické vlny v závislosti na hloubce absorpce x vztahem

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (1.2)$$

kde α je absorpční koeficient a I_0 je počáteční intenzita.

1.3.2 Vnější fotoefekt

Vnější fotoefekt je jev, při kterém je kov nebo polovodič ozářen dostatečně velkou energií světla, aby následně excitovaný elektron mohl překonat povrchovou bariéru a opustit povrch látky do volného prostoru. Na levé části obrázku 1.3 je zobrazeno schéma energetických hladin pro vnější fotoefekt kovů. Fotoefekt polovodičů je zobrazen na pravé straně obrázku 1.3. Předpokládejme, že na látku dopadá foton s energií E podle vztahu (1.1). E s dolním indexem značí energii jednotlivé hladiny. W je výstupní práce daná rozdílem energie vakua E_0 a energie Fermiho hladiny E_F podle vztahu $W = E_0 - E_F$.

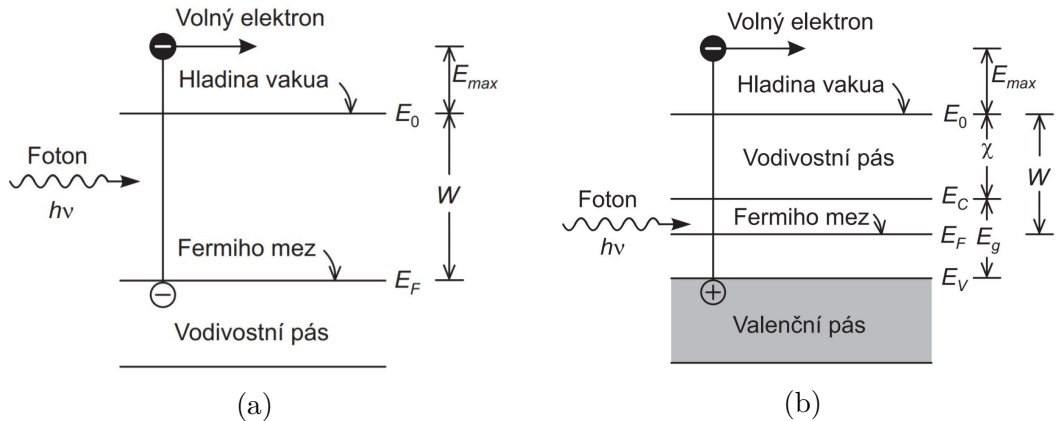
Podle známého Einsteinova vztahu pro fotoemisi, foton o energii $h\nu$, kde h je Planckova konstanta a ν je frekvence fotonu, vybudí elektrony z povrchu kovu, které budou mít energii danou Einsteinovým vztahem

$$E_{max} = h\nu - W, \quad (1.3)$$

kde W je výše popsaná výstupní práce z kovu, která vyjadřuje rozdíl mezi klidovou energií elektronu ve vakuu E_0 a energií elektronu na Fermiho hladině. U polovodičů je situace mírně odlišná. Podle [8] je nutné Einsteinův vztah (1.3) rozšířit o elektronovou afinitu polovodiče χ , která vyjadřuje energetický rozdíl mezi klidovou energií elektronu ve vakuu E_0 a dnem vodivostního pásu. Tedy

$$E_{max} = h\nu - (E_g + \chi). \quad (1.4)$$

Uplatnění vnějšího fotoefektu lze najít například ve fotonkách, mikrovlnných detektorech či fotonásobičích.



Obrázek 1.3: Schema fotoelektronové emise z kovu (a), resp. polovodiče (b). Převzato z [8].

1.3.3 Vnitřní fotoefekt

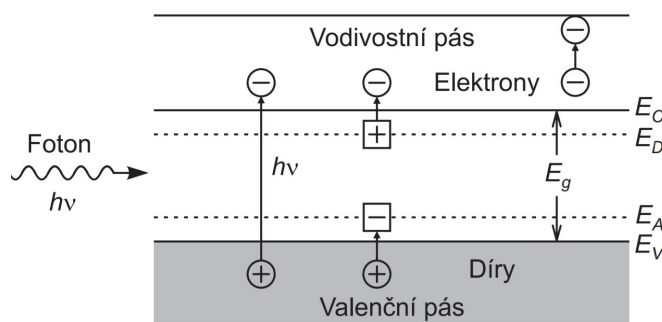
V případě vnitřního fotoefektu, elektromagnetické záření nemá dostatečnou energii na uvolnění elektronů do volného prostoru. Oproti tomu může docházet k vnitřním elektronovým přechodům, kde se fotoexcitací uvolní nosiče náboje, které zůstanou uvnitř látky [8]. Po přiložení elektrického pole lze tyto přeměny nepřímou pozorovat v navýšení vodivosti o příspěvek fotovodivosti¹.

¹fotovodivost - vodivost způsobená absorpcí elektromagnetického záření

Na obrázku 1.4 je znázorněno schéma energetických hladin vnitřního fotoefektu pro polovodiče. Předpokládáme, že na látku dopadá foton o energii $E = h\nu$. Záporným znaménkem značíme volné elektrony a kladným znaménkem díry. Energie akceptorové hladiny je označena E_A a energie donorové hladiny E_D . Energie valenčního, resp. vodivostního pásu jsou značeny E_V , resp. E_C . Šířku zakázaného pásu lze získat z $E_g = E_C - E_V$. Elektronové přechody lze dělit na tři základní typy [8]:

1. *vlastní (intrinzické)* - přechod elektronů z valenčního do vodivostního pásu - vlastní vodivost
2. *příměsové* - přechod elektronů z valenčního pásu na akceptorovou hladinu nebo přechod elektronů z donorové hladiny do vodivostního pásu - nevlastní fotovodivost
3. *založené na interakci s volnými nosiči* - excitace elektronů mezi hladinami ve vodivostním pásu

Jednotlivé přechody jsou zleva doprava ve stejném pořadí schematicky naznačeny na obrázku 1.4 pomocí šipek.



Obrázek 1.4: Schéma vnitřního fotoefektu polovodičů pomocí energetických hladin. Převzato z [8].

1.3.4 Urbachova hrana

Polovodičový detektor tvořený ideálním materiálem bez vnitřních poruch a defektů by neměl být schopen absorbovat záření o energiích menších než je energie zakázaného pásu daného materiálu². Tedy hodnota absorpčního koeficientu α ze vztahu (1.2) by měla být nulová. Jak je ale zjevné z grafu zobrazeném na obrázku 1.5, v oblasti energií menších než hodnota energie zakázaného pásu se objevuje takzvaná Urbachova hrana (anglicky *Urbach region*) nenulového absorpčního koeficientu právě kvůli neideální krystalické struktuře [9]. Sklon Urbachovy hrany teluridu kademnatého při konstantní teplotě lze podle [9] popsat exponenciální závislostí

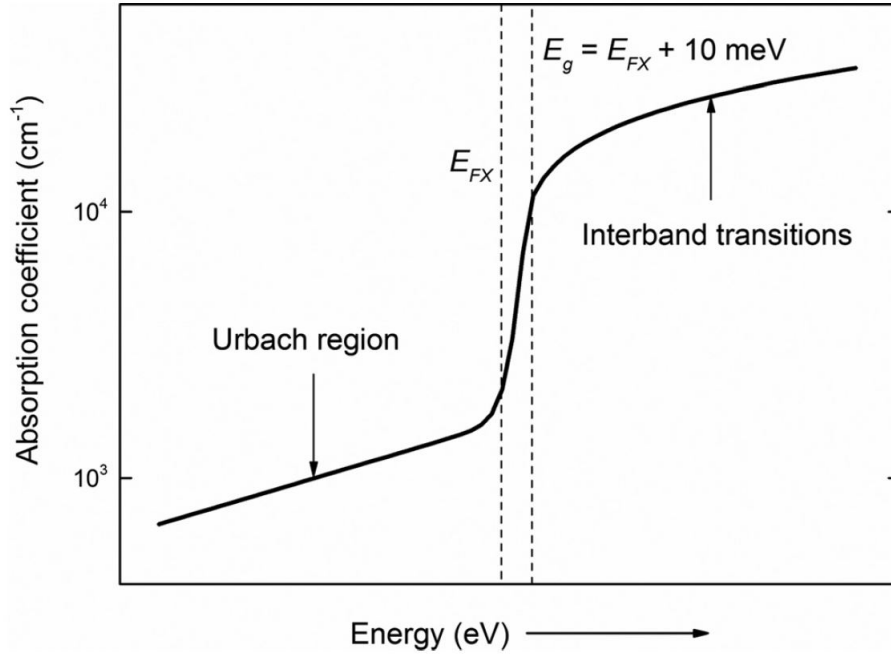
$$\alpha = \alpha_0 e^{\frac{h\nu - E_0}{\beta}}, \quad (1.5)$$

²Výjimkou je zde optická absorpce za vzniku excitonu, tzn. exciton-polariton, kterou zde pro jednoduchost pomíjíme.

kde pro potřeby této práce je důležitá pouze hodnota β , která nám říká, že při změně energie použitého záření o hodnotu energie β , se hodnota absorpčního koeficientu změní e -krát. Pro CdTe při pokojové teplotě kolem 22°C lze podle [9] uvažovat hodnotu koeficientu β

$$\beta = (9,0 \pm 0,4) \text{ meV}. \quad (1.6)$$

Tedy i za použití laserového svazku o energiích menších než šířka zakázaného



Obrázek 1.5: Schéma profilu absorpčního koeficientu blízko energie zakázaného pásu E_g zahrnující energii E_{FX} pro vytvoření e-h páru a Coulombickou interakci mezi vytvořeným elektronem a dírou o energii 10 meV. Je použita logaritmická škála. Převzato z [10]. (Anglicky)

pásu dochází k nenulové absorpci. Tomu lze přiřadit malou hodnotu absorpčního koeficientu. Laserový svazek prochází celým materiálem a je absorbováno pouze malé množství původních fotonů. Naopak pro řádově větší hodnoty absorpčního koeficientu dochází k absorpci pouze u povrchu materiálu. Což můžeme popsat velkou hodnotou absorpčního koeficientu. Velikost absorpce fotonů v závislosti na velikosti absorpčního koeficientu je detailně rozebírána v kapitole 3.2.

1.4 Princip polovodičového detektoru

Polovodičové detektory záření fungují na principu interakce elektromagnetického záření s látkou detailně popsané v předešlých kapitolách. Základem je vnitřní fotoelektrický jev. Absorpcí dopadajícího elektromagnetického záření se vytvoří volný elektron-děrový (e-h) pár, který se může podílet na proudu. Po přiložení externího napětí se v polovodiči vytvoří elektrické pole, které rozpohybuje elektrony, resp. díry k příslušným elektrodám (podle náboje částice). Doba pohybu náboje k elektrodám se značí τ_{tr} (z anglického *transit time*) a je závislá na driftové

pohyblivosti náboje μ_d a také na vzdálenosti mezi bodem generace náboje a sběrnou elektrodou. Během pohybu fotogenerovaného náboje teče mezi elektrodami proud $I(t)$, pro který lze podle [11] psát

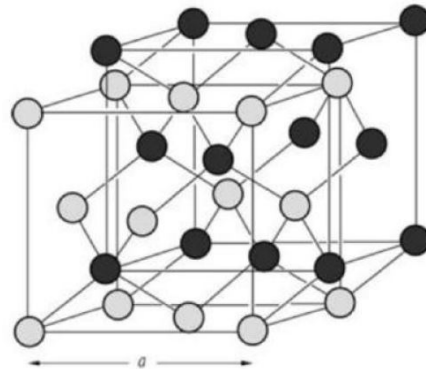
$$\int_0^{\tau_{tr}} I(t) dt = Q_r, \quad (1.7)$$

kde Q_r je celkový sebraný náboj³. Problematikou indukovaného proudu související se Shockley-Ramovým teorémem [12] společně s definicemi potřebných veličin se podrobně zabýváme v kapitole 2.

1.5 Charakteristika CdZnTe detektoru

Hlavní náplní této práce jsou spektrální závislosti generace náboje v polovodičovém detektoru tvořeného teluridem kadmio-zinečnatým (dále CZT). CZT je přímý⁴ směsný polovodič typu II-VI s energií zakázaného pásu v intervalu 1,5 – 2,3 eV (při teplotě 300 K) v závislosti na množství přidaného zinku [13]. Krystalizuje ve sfaleritové plošně centrované krystalové struktuře s prostorovou grupou F-43m. Struktura je graficky znázorněna na obrázku 1.6. Krystal je tvořen dvěma navzájem diagonálně posunutými kubickými plošně centrovanými mřížkami, kde každá je tvořena buď jenom atomy kadmia nebo teluru. Hlavní uplatnění CZT můžeme najít v detektorech γ -záření a rentgenového záření [4, 5]. Základní chemicko-fyzikální, resp. optoelektronické vlastnosti různých polovodičů použitelných pro výrobu γ a rtg detektorů jsou uvedeny v tabulce 1.1.

CZT byl poprvé připraven v roce 1992 [2]. Od té doby prošel značným vývojem v oblasti syntézy materiálu až po výrobu detektorů. Tento materiál v sobě skrývá několik výhod, kde mezi hlavní patří možnost provozovat CZT detektory za pokojové teploty, což je způsobeno relativně vysokou hodnotou energie zakázaného pásu, která potlačí tepelný šum pozadí [2]. Další výhodou je příprava materiálu typu p nebo n jak ve vodivé, tak i ve vysokoodporové formě nebo možnost vyrobení fotoodporu bez nutnosti PN přechodu [13, 14].



Obrázek 1.6: Sfaleritová krystalická struktura. Převzato z [13].

³Značení sebraného náboje pomocí dolního indexu Υ je pouze symbolické z důvodu odlišení různých typů náboje zaváděných v této práci.

⁴přímý polovodič - maximum valenčního pásu leží v k -prostoru pod minimem vodivostního pásu

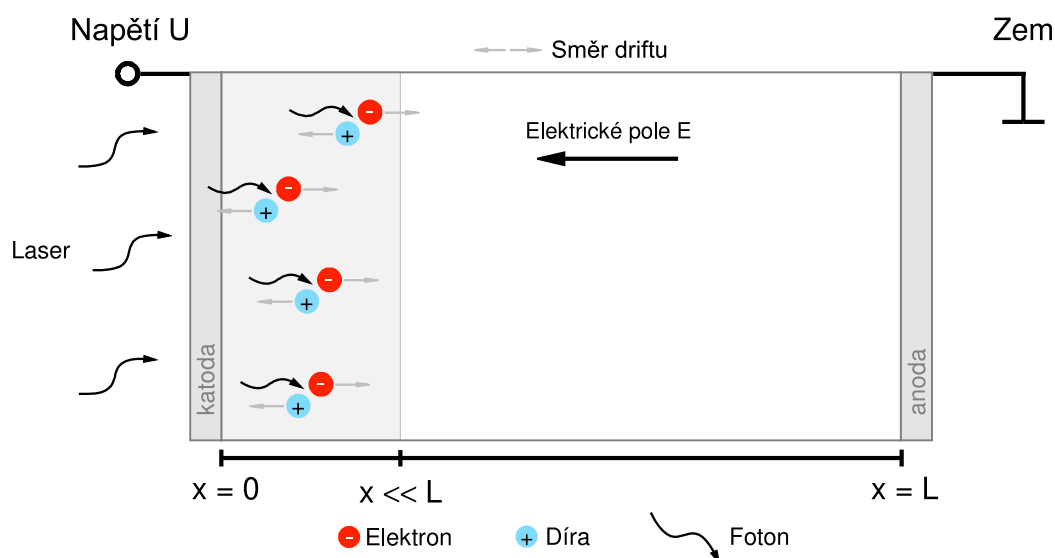
Tabulka 1.1: Základní chemicko-fyzikální a specifické optoelektronické vlastnosti materiálů použitelných pro výrobu γ a rtg detektorů pracujících za pokojové teploty. Převzato z [15].

Parametr	Si	CdTe	Cd _{0,9} Zn _{0,1} Te
Atomové číslo	14	48, 52	48, 30, 52
Hustota [g cm ⁻³]	2,3	5,85	5,78
Zakázaný pás [eV]	1,12	1,44	1,57
Pohyblivost elektronů [cm ² V ⁻¹ s ⁻¹]	1400	1100	1000
Pohyblivost děr [cm ² V ⁻¹ s ⁻¹]	1900	100	120
Doba života elektronů [s]	$> 10^{-3}$	3×10^{-6}	3×10^{-6}
Doba života děr [s]	10^{-3}	2×10^{-6}	1×10^{-6}
Měrný odpor [Ω / cm]	$< 10^4$	10^9	3×10^{10}

2. Kinematika nosičů náboje v detektoru

2.1 Model detektoru

Mějme polovodičový detektor ve tvaru jednoduchého kvádru s kontakty na dvou protilehlých stěnách. Pro jednoduchost prvního přiblížení vezmeme malý element spojující elektrody. Tento element je zobrazen na obrázku 2.1 a budeme ho dále nazývat planární detektor. Na detektoru jsou připravené kontakty, kde katodu označujeme K a anodu A se vzájemnou vzdáleností L . Na kontakty je externím zdrojem přiloženo určité konstantní napětí U . Zdroj fotonů, v našem případě laser, je umístěn vlevo od katody. Na schématu 2.1 je zobrazeno generování e-h páru v přímé blízkosti katody. Neuvažujeme absorpci světla na kontaktech. Po dopadu záření do detektoru se v místě absorpce vytvoří e-h pár, který se vlivem přiloženého napětí roztrhne a jednotlivé volné nabitě nosiče driftují k příslušným elektrodám.



Obrázek 2.1: Schéma planárního polovodičového detektoru z pohledu kolmo na kontakty.

Volné nosiče náboje pohybující se detektorem začnou indukovat elektrický proud, který měříme. Charakteristiky měřeného proudového signálu závisí na energii dopadajících fotonů, absorpčním koeficientu a na velikosti generovaného náboje [8].

2.2 Driftová pohyblivost

Elektrony, jakožto korpuskulární částice hmoty¹, jsou v přítomnosti elektrického pole unášeny ve směru elektrického pole. Uvažujeme-li hmotné prostředí

¹Neuvažujeme kvantové projevy částic.

skládající se z periodicky opakující atomární struktury, tak elektrony během svého pohybu musejí překonávat defekty narušující ideální krystal. Nejde tedy o přímočarý pohyb, a proto musíme přejít k popisu veličin pomocí časového středování $\langle \rangle$. Lze tedy definovat tzv. driftovou pohyblivost elektronů vztahem

$$\mu_{de} = \frac{e}{m_e^*} \langle \tau \rangle, \quad (2.1)$$

kde m_e^* značí efektivní hmotnost elektronů², e je elementární náboj a τ značí dobu mezi srážkami elektronů s atomy. Navíc při pokojové teplotě je pohyblivost omezena hlavně srážkami s kmity krystalové mřížky (rozptyl na fononech).

2.3 Drift-difúzní rovnice

V obecném případě lze vyšetřovat množství náboje v materiálu za pomoci rovnice kontinuity. Jde o bilanční rovnici, která nám dává do rovnosti změnu koncentrace zkoumaného nosiče náboje v daném objemu, tok náboje z objemu a do objemu a změnu koncentrace náboje v důsledku generace G_n a rekombinace nosičů náboje R_n . Pro elektrony lze psát

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{j}_e + G_n - R_n, \quad (2.2)$$

kde n udává koncentraci elektronů, e je elementární náboj a $\mathbf{j}_e$ značí proudovou hustotu elektronů, kterou lze získat z drift-difúzní rovnice

$$\mathbf{j}_e = e\mu_{de}n\mathbf{E} + \mu_{de}k_BT\nabla n + \mu_{de}k_Bn\nabla T, \quad (2.3)$$

kde $\mathbf{E}$ odpovídá intenzitě elektrického pole, μ_{de} vyjadřuje driftovou pohyblivost elektronů, k_B je Boltzmannova konstanta a T značí absolutní teplotu nosičů. S uvažováním konstantní teploty vymizí třetí člen odpovídající pohybu v důsledku nulového teplotního gradientu. Zavedeme-li navíc difúzní koeficient D_e vztahem

$$D_e = \frac{k_BT}{e} \mu_{de}, \quad (2.4)$$

tak teplotní drift-difúzní rovnice (2.3) přechází do tvaru

$$\mathbf{j}_e = e\mu_{de}n\mathbf{E} + eD_e\nabla n. \quad (2.5)$$

První člen odpovídá driftu v elektrickém poli a druhý člen popisuje difúzi [16]. Pro celkovou proudovou hustotu tvořenou elektrony $\mathbf{j}_e$ a dírami $\mathbf{j}_h$ z aditivity náboje platí

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_e + \mathbf{j}_h. \quad (2.6)$$

²Elektrony v tepelné rovnováze s krystalovou mříží se ve vodivém pásu chovají jako volné částice s efektivní hmotností m_e^* . [16]

2.4 Driftová rychlost

První člen vztahu (2.5) si přepíšeme do tvaru

$$\mathbf{j}_{\text{edrift}} = e\mu_{de}n\mathbf{E} = en\mathbf{v}_{de}, \quad (2.7)$$

kde jsme zavedli tzv. driftovou rychlost elektronů

$$\mathbf{v}_{de} = \mu_{de}\mathbf{E}, \quad (2.8)$$

která nám udává střední rychlost nábojového nosiče v jednotkovém elektrickém poli. Pro díry jsou vztahy analogické s rozdílem driftu k elektrodě opačné polaroty.

2.5 Shockley-Ramův teorém

Máme-li dvě nekonečné rovnoběžné elektrody ve vzdálenosti L s jediným elektronem mezi nimi, tak podle [12] elektron pohybující se rychlostí v na deskách indukuje okamžitý proud

$$i(t) = \frac{ev(t)}{L}, \quad (2.9)$$

kde e je hodnota elementárního náboje. Ze základní aditivity elektrostatického náboje vycházející z Maxwellových rovnic (viz příloha A.1) dostáváme ze vztahu (2.9) hodnotu okamžitého indukovaného proudu nábojem Q mezi elektrodami

$$I(t) = \frac{Q(t)v}{L}, \quad (2.10)$$

kde předpokládáme náboj pohybující se stejnou rychlostí v . Dále jsme odvodili vztah mezi nábojovou hustotou ρ v detektoru a indukovaným proudem $I(t)$

$$\int_0^L \frac{L-x}{L} \rho(x) dx = \int_0^{\tau_{tr}} I(t) dt \quad (2.11)$$

kde τ_{tr} je čas průchodu celkového náboje. Přesné definice a důkaz tohoto vztahu lze najít v příloze A.3. Cílem následujících kapitol bude diskutovat různé rozložení fotogenerovaného náboje a jeho proudovou odezvu ve formě časově závislého indukovaného proudu.

2.6 Zachycení náboje na pastech

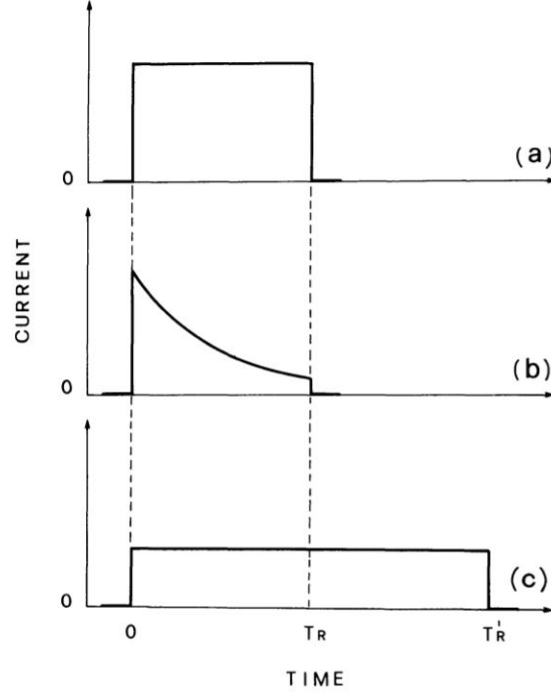
Kvalita polovodičových detektorů je silně ovlivněna množstvím míst (pastí) uvnitř materiálu schopných zachytávat vygenerované volné elektrony (díry). Tyto pasti snižují efektivitu sběru náboje v detektoru. Zachycený elektron (díra) na pasti má větší pravděpodobnost zpětné termální emise do vodivostního (valenčního) pásu, než rekombinace s dírou (elektronem) zachycenou stejným centrem [17]. Za předpokladu rovnoměrného rozložení záchytných center po celém detektoru lze definovat průměrný čas τ_T (z anglického *Trapping time*), během kterého je náboj volný, než je zachycen náhodným centrem. Oproti tomu definujeme průměrný čas τ_D (z anglického *Detrapping time*), během kterého je náboj uvězněný. Podle [18] lze τ_T definovat vztahem

$$\tau_T = \frac{1}{N_T \sigma_c v_{th}}, \quad (2.12)$$

resp. τ_D vztahem

$$\tau_D = \frac{1}{N_C \sigma_c v_{th}} \exp\left(\frac{E_T}{k_B T}\right), \quad (2.13)$$

kde N_T je hustota zachytávacích center, E_T je jejich energie v pásové struktuře, N_C značí efektivní hustotu stavů ve vodivostním pásu, σ_c je účinný průřez záchytu nosiče náboje, v_{th} je termální rychlost volných nosičů, T je absolutní teplota a k_B je Boltzmannova konstanta. Vliv pastí na proudovou odezvu zobrazený na obrázku 2.2 lze rozdělit na tři případy. V prvním případě $\tau_T \gg \tau_{tr}$ pasti



Obrázek 2.2: Možné tvary proudové odezvy náboje vytvořeného u povrchu detektoru získané metodou ToF: **(a)** bez zachytných center; **(b)** se zachytnými centry bez možnosti uvolnění; **(c)** s možností zachycení a uvolnění s časy τ_T , τ_D mnohem menšími než čas τ_{tr} . Převzato z [18]. (Anglicky)

neovlivňují nosiče náboje a proto proudová odezva náboje vytvořeného u povrchu detektoru daná vztahem (2.10) zůstává beze změny (viz obrázek 2.2a). Když je τ_T srovnatelné s τ_{tr} a platí $\tau_D \gg \tau_T$ a $\tau_D \gg \tau_{tr}$, tak dochází k zachycování, ale nikoli ke zpětnému uvolňování nábojových nosičů během času průchodu (viz obrázek 2.2b). Proudovou odezvu lze potom podle [18] popsat vztahem

$$I(t) = \begin{cases} \frac{Q_{00}}{\tau_{tr}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right) & 0 \leq t \leq \tau_{tr} \\ 0 & t > \tau_{tr} \end{cases}. \quad (2.14)$$

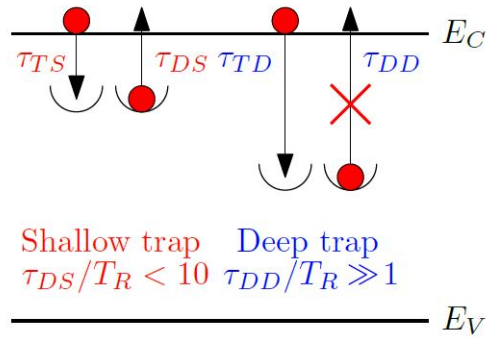
V posledním případě, kdy je navíc čas uvolnění z pasti τ_D srovnatelný s časem průchodu náboje ($\tau_T \leq \tau_{tr}$, $\tau_D \leq \tau_{tr}$), čas průchodu náboje τ'_{tr} není jednoznačně určitelný. Dochází-li k několikanásobnému zachycení a zpětnému uvolnění náboje během driftu detektorem ($\tau_T \ll \tau_{tr}$, $\tau_D \ll \tau_{tr}$) čas průchodu se prodlouží podle vztahu [18]

$$\tau'_{tr} = \tau_{tr} + \tau_{tr} \frac{\tau_D}{\tau_T} \quad (2.15)$$

(viz obrázek 2.2c). Jinak řečeno dochází ke zmenšení driftové pohyblivosti (2.1), kterou nazvěme efektivní driftová pohyblivost μ_{eff} .

2.6.1 Mělká a hluboká past

Definujeme dva druhy pastí. Mělká past (anglicky *Shallow trap*) - náboj je zachycen a termálně uvolněn v časech menších než čas průchodu detektorem. Tyto časy označme τ_{TS} , resp. τ_{DS} . Procesy zachycení a zpětného uvolnění se během driftu mohou libovolně opakovat. Hluboká past (anglicky *Deep trap*) - past s dobou termální emise τ_{DD} delší než čas průchodu náboje detektorem τ_{tr} , tedy zpětné uvolnění do vodivostního pásu je málo pravděpodobné a v dalších výpočtech ho zanedbáme. Schéma záchytu a uvolnění náboje na pastech je zobrazeno na obrázku 2.3.



Obrázek 2.3: Schéma energetických hladin mělké a hluboké pasti. E_C je energie vodivostního pásu. E_V značí energii valenčního pásu. Proces zachycení a zpětného uvolnění náboje z vodivostního pásu na mělké, resp. hluboké pasti charakterizovaný časy záchytu τ_{TS} , τ_{TD} a časem uvolnění τ_{DS} , τ_{DD} . Uvolnění náboje z hluboké pasti není povoleno. Převzato z [14]. (Anglicky)

3. Rozložení náboje a proudová odezva

Nyní již přejdeme k samotnému teoretickému popisu závislostí indukovaného proudu. Snažíme se modelovat různé situace absorpce fotonů pomocí nábojové hustoty fotogenerovaného náboje, kde aplikováním Shockley-Ramova teorému získáme požadované křivky indukovaného proudu. Bereme také v potaz různé hloubky absorpce záření, konečnou dobu života náboje nebo různé profily průběhu elektrického pole v detektoru. V poslední podkapitole popisujeme vliv rekombinace na indukovaný proud při absorpci záření u povrchu detektoru. Stěžejní jsou kladené předpoklady, které uvádíme v následujícím odstavci.

Předpoklady

V celé práci neuvažujeme vzájemnou rekombinaci fotogenerovaných elektronů a děr. Celkový proud je z aditivity náboje vycházející z Maxwellových rovnic roven součtu proudů od elektronů a zároveň od děr podle vztahu (2.6). Neuvažujeme změnu teploty detektoru během měření a tedy vycházíme z drift-difúzní rovnice ve tvaru (2.5). Teorii odvozujeme pro planární detektor s příslušnými parametry z kapitoly 2.1. Abychom zjednodušili popis charakteristik indukovaného proudu, tak nerozlišujeme mezi elektrony a dírami a pracujeme pouze s obecným nábojem driftujícím pouze k jedné elektrodě, pokud není řečeno jinak.

3.1 Fotonový tok

Fotonový tok je důležitá veličina z hlediska určení počtu fotogenerovaného náboje podílejícího se na fotovodivosti. Fotonový tok je podle [19] definován

$$\Phi = H \frac{\lambda}{hc}, \quad (3.1)$$

kde h je Planckova konstanta, c je rychlost světla, λ je vlnová délka elektromagnetického záření a H je hustota plošného výkonu s jednotkou $\left[\frac{W}{m^2}\right]$. Jednotkou fotonového toku je $\left[\frac{\# \text{ fotonu}}{s m^2}\right]$.

3.2 Rozložení náboje pro různé absorpce

Elektromagnetické záření procházející ve vodivém homogenním prostředí se částečně absorbuje [7]. Lambert-Beerův zákon daný vztahem (1.2), který tuto závislost popisuje, aplikujeme místo na intenzitu elektromagnetického pole přímo na fotonový tok (3.1). Podle Lambert-Beerova zákona mějme prostorovou závislost fotonového toku laserového svazku danou vztahem

$$\Phi(x) = \Phi_{00} e^{-\alpha x}, \quad (3.2)$$

kde α je absorpční koeficient a Φ_{00} značí velikost fotonového toku před absorpcí. Doplnkem (3.2) získáme závislost celkové velikosti fotogenerovaného náboje

$$Q_{\Sigma}(x) = \Phi_{00} (1 - e^{-\alpha x}) = Q_{00} (1 - e^{-\alpha x}) \quad (3.3)$$

s uvažováním vytvoření e-h páru právě jedním fotonem. Z předešlého vztahu okamžitě plyne hodnota velikosti fotogenerovaného náboje pro detektor délky L

$$Q_{\Sigma} = Q_{00} (1 - e^{-\alpha L}). \quad (3.4)$$

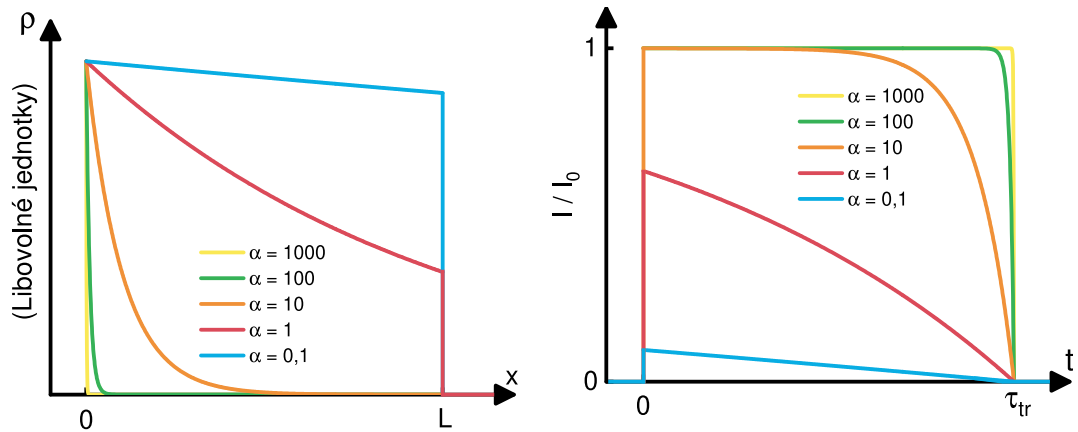
Hustotu náboje získáme jako totální diferenciál vůči prostorové souřadnici ze vztahu (3.3)

$$\rho(x) = \alpha Q_{00} e^{-\alpha x}. \quad (3.5)$$

Po absorpci fotonů náboj vlivem elektrického pole začne driftovat detektorem. Časovou závislost množství nesebraného náboje elektrodami vyjádříme ze vztahu absorbovaného náboje (3.3) uvažováním s časem zmenšující se oblasti detektoru $x \rightarrow L - v_d t$. Jednoduše ze Shockley-Ramova teorému (2.10) získáme časovou závislost indukovaného proudu

$$I(t) = \frac{Q_{00} v_d}{L} (1 - e^{-\alpha(L - v_d t)}), \quad (3.6)$$

nábojem s nekonečnou dobou života pohybujícím se konstantní driftovou rychlostí v_d . Závislost prostorového rozložení náboje na hodnotě absorpčního koeficientu α podle vztahu (3.5) a k nim příslušné průběhy indukovaného proudu dané vztahem (3.6) jsme schematicky zobrazili na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: **Levý:** Prostorové rozložení náboje v detektoru o délce L v závislosti na relativní hodnotě absorpčního koeficientu α . Normováno na počáteční hodnotu hustoty náboje. **Pravý:** Časová závislost indukovaného proudu tvořeného nábojem z levého obrázku na relativní hodnotě absorpčního koeficientu α .

V pravé části obrázku 3.1 lze pozorovat přechod od obdélníkových proudových závislostí pro velké hodnoty absorpčního koeficientu k trojúhelníkovým proudovým závislostem pro malé hodnoty absorpčního koeficientu. Aproximaci proudu pro velké hodnoty absorpčního koeficientu získáme ze vztahu (3.6) s uvažováním $e^{-\alpha x} \approx 0$

$$I(t) \approx \frac{Q_{00} v_d}{L}. \quad (3.7)$$

Téměř veškeré záření je absorbováno u povrchu detektoru. Naopak aproximaci proudu (3.6) pro malé hodnoty absorpčního koeficientu, kdy část prošlého záření je absorbována téměř rovnoměrně po celé délce detektoru, získáme pomocí prvních dvou členů Maclaurinovy řady exponenciály¹

$$I(t) \approx \frac{Q_{00}v_d}{L} [1 - (1 - \alpha(L - v_d t))] \approx Q_{00}v_d \alpha \frac{L - v_d t}{L}. \quad (3.8)$$

3.3 Generace náboje u povrchu detektoru

3.3.1 Náboj s dobou života větší než čas průchodu detektorem

Jako první uvažme nejjednodušší možné uspořádání a to nábojovou hustotu tvaru delta funkce definovanou vztahem (A.3). Zatím zanedbejme povrchovou rekombinaci (viz kapitola 3.5) a nehomogenitu elektrického pole tvořeného kontakty. Velikost vytvořeného náboje v čase $t = 0$ označme jako

$$\rho(x, t = 0) = q_{00}\delta(x), \quad (3.9)$$

kde q_{00} je absolutní velikost náboje a δ je Diracova delta funkce (A.3) lokalizující náboj do začátku detektoru v prostorové souřadnici. Vlivem přiloženého napětí náboj začne driftovat rychlostí v_d ke druhé elektrodě. Jednoduchou Galileovou transformací náboje vůči statickému detektoru z rovnice (3.9) dostaneme časové rozmístění

$$\rho(x, t) = q_{00}\delta(x - v_d t) \Theta(x) \Theta(L - x), \quad (3.10)$$

kde L je délka detektoru a Θ je Heavisideova funkce podle definice (A.6). Člen $\Theta(x) \Theta(L - x)$ zde matematicky ohraničuje pozici detektoru (v prostorových souřadnicích), který je umístěn na ose x v intervalu $(0, L)$. Přiložíme-li na detektor napětí U a uvažujeme časově neměnné homogenní elektrické pole mezi kontakty, lze podle [11] pro intenzitu elektrického pole uvnitř detektoru psát

$$E_0 = \frac{U}{L}. \quad (3.11)$$

Za čas τ_{tr} náboj projde celým detektorem k druhé elektrodě, kde je následně sebrán. Využitím vztahu driftové rychlosti (2.8) a základní relace pro rychlost $v = s/t$ dostaneme vyjádření

$$\tau_{tr} = \frac{L}{v_d} = \frac{L}{\mu_d E_0} = \frac{L^2}{\mu_d U}. \quad (3.12)$$

Dále pro časovou závislost velikosti nesebraného fotonáboje s elementárním nábojem e budeme pomocí nábojové hustoty (3.10) v čase uvažovat

$$Q(t) = \int_0^L e\rho(x, t) dx = eq_{00} \int_0^L \delta(x - v_d t) \Theta(x) \Theta(L - x) dx. \quad (3.13)$$

Nahrazením souřadnicové složky $\Theta(x) \Theta(L - x)$ složkou časovou $\Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t)$ dostaneme triviální integrál z delta funkce. Nahrazení souřadnicových složek má

¹ $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

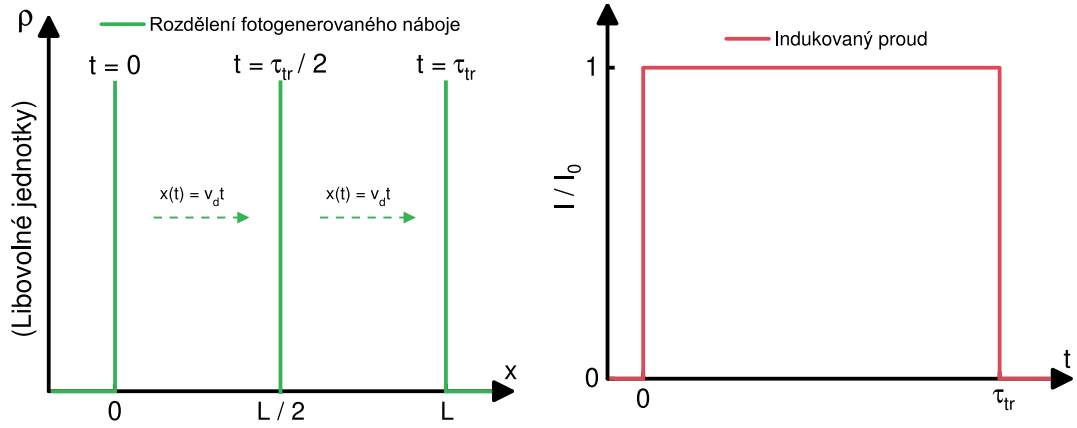
opodstatnění v nenulovosti členu $\delta(x - v_d t)$ právě na intervalu $t \in \langle 0, \tau_{tr} \rangle$. Tím získáváme závislost velikosti indukovaného náboje na čase

$$Q(t) = e q_{00} \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t) = Q_{00} \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t) \quad (3.14)$$

s využitím zkráceného zápisu pomocí zářením vytvořeného náboje Q_{00} . Budeme-li předpokládat, že nábojový delta balík driftuje rychlostí v_d přes celou délku polovodičového detektoru L a v každém okamžiku vyvolá stejnou indukční reakci na elektrodách a zbytku obvodu, tak pro měřený proud můžeme podle Shockley-Ramova teorému (2.10) psát

$$I(t) = \frac{Q(t)}{\tau_{tr}} = \frac{Q_{00}}{\tau_{tr}} \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t) = I_0 \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t). \quad (3.15)$$

Prostorová závislost rozdělení fotogenerovaného náboje je zobrazena na levé části obrázku 3.2. Časová závislost indukovaného proudu nábojem tvaru delta funkce je uvedena na pravé části obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: **Levý:** Prostorové rozdělení fotonáboje tvaru delta funkce. **Pravý:** Časová závislost indukovaného proudu tvořeného nábojem tvaru delta funkce z levého obrázku.

3.3.2 Náboj s dobou života menší než čas průchodu detektorem

Nyní uvažujme možnost zachycení fotogenerovaného náboje na pastech, a zároveň neuvažujeme možnosti zpětného uvolnění. Úbytek driftujícího náboje v čase lze podle [20] popsat exponenciálním poklesem

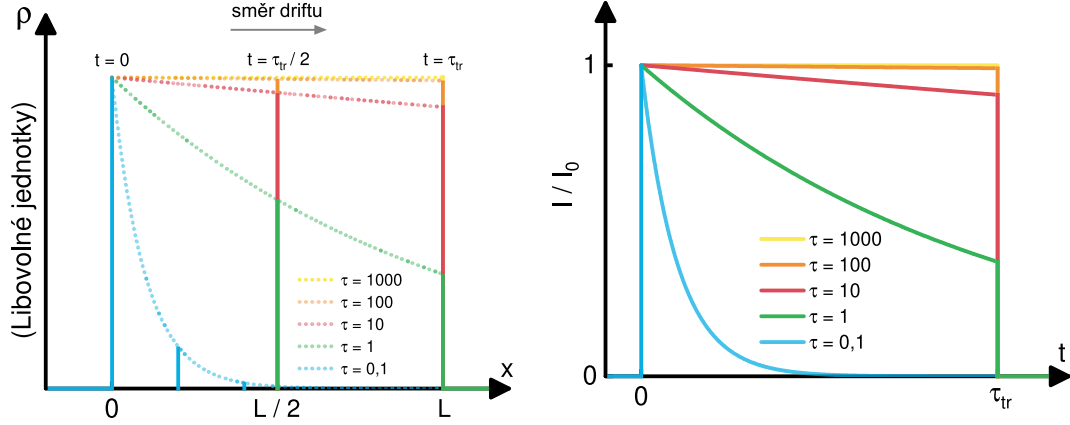
$$Q(t) = Q_{00} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.16)$$

kde Q_{00} je hodnota vytvořeného náboje a τ je doba života.

Uvažováním konečné doby života náboje pro případ náboje tvaru delta funkce z předešlé kapitoly dostaneme proudovou závislost

$$I(t) = \frac{Q_{00} e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau_{tr}} \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Theta(t) \Theta(\tau_{tr} - t) \quad (3.17)$$

Teoretická závislost rozložení náboje tvaru delta funkce s dobou života menší než čas průchodu detektorem podle vztahu (3.16) je uvedena na levé části obrázku 3.3. Časový průběh indukovaného proudu daný vztahem (3.17) je uveden na pravé části obrázku 3.3. Situace odpovídá přítomnosti hluboké pasti.



Obrázek 3.3: **Levý:** Prostorová závislost rozdělení fotogenerovaného náboje tvaru delta funkce pro různé doby života τ . **Pravý:** Závislost indukovaného proudu nábojem tvaru delta funkce z levého obrázku pro různé hodnoty doby života τ .

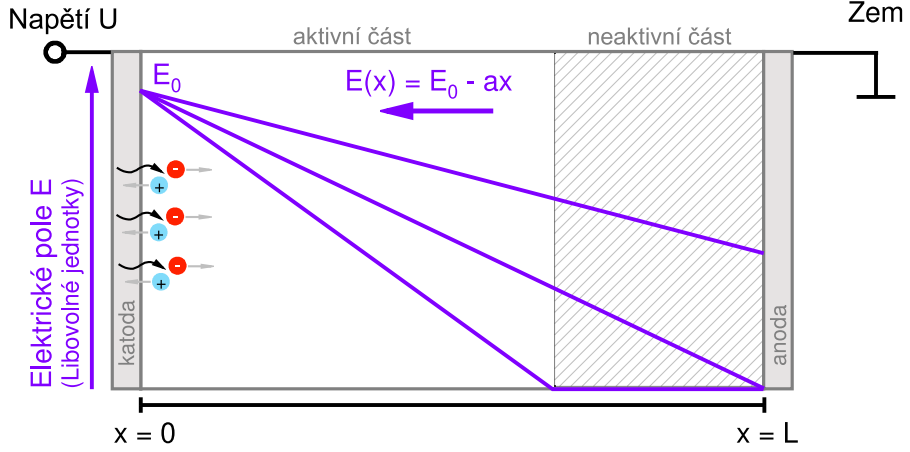
3.3.3 Lineární elektrické pole

Základním problémem detektorů záření je silná závislost účinnosti sběru náboje (z anglického *Charge Collection Efficiency* - CCE) na profilu elektrického pole uvnitř detektoru. Měřený indukovaný proud podle (2.10) závisí na velikosti náboje pohybující se mezi elektrodami a v případě materiálových nehomogenit či defektů může docházet k využití pouze části fotogenerovaného náboje [21]. Vytváření sekundárního elektrického pole nahromaděním prostorového náboje působícího proti původnímu elektrickému poli má za následek vznik místa uvnitř detektoru se sníženým případně nulovým elektrickým polem, kde se případný náboj nemůže pohybovat. Tím se výrazně zhoršují detekční vlastnosti používaných detektorů.

Doposud jsme uvažovali konstantní elektrické pole po celé délce detektoru. Nyní odvodíme závislost indukovaného proudu pro situace, kde budeme předpokládat hromadění náboje - polarizaci detektoru. Uvažujeme konstantní driftovou pohyblivost μ_d . Pro polarizaci detektoru lze podle [20] očekávat konstantní hustotu prostorového náboje, což vede na lineární závislost elektrického pole

$$E(x) = E_0 - ax \geq 0, \quad (3.18)$$

kde pro $x = 0$ je uvažováno umístění katody s hodnotou elektrického pole E_0 a koeficient a určuje sklon elektrického pole. Schéma detektoru s lineárně závislým elektrickým polem je zobrazeno na obrázku 3.4. Obrázek obsahuje tři různé sklony elektrického pole v závislosti na parametru a . Lze zvolit takovou hodnotu parametru a , kdy v důsledku hromadění náboje v detektoru od určitého místa vzniká *neaktivní část*. V této části je nulové elektrické pole, a tudíž zde neuvažujeme pohyb fotogenerovaného náboje.



Obrázek 3.4: Schéma profilu vnitřního elektrického pole polarizovaného detektoru. Překresleno z [20].

Pro náboj vytvořený u katody, položením do rovnosti driftové rychlosti (2.8) ve tvaru časové derivace polohy a profilu elektrického pole (3.18), dostaneme triviální diferenciální rovnici prvního řádu

$$v_d = \frac{dx}{dt} = \mu_d (E_0 - ax) \quad (3.19)$$

s řešením tvaru

$$x(t) = \frac{E_0}{a} (1 - e^{-a\mu_d t}). \quad (3.20)$$

Dosazením časové derivace řešení (3.20) a driftovacího náboje (3.16) do Shockley-Ramova teorému (2.10) získáme časovou závislost indukovaného proudu nábojem tvaru delta funkce

$$I(t) = \frac{Q_{00} E_0 \mu_d}{L} e^{-\left(a + \frac{1}{\mu_d \tau}\right) \mu_d t}. \quad (3.21)$$

Z výše zmíněné definice času τ_{tr} lze tedy pro elektrony vygenerované u katody po průchodu celým vzorkem psát

$$x(\tau_{tr}) = \frac{E_0}{a} (1 - e^{-a\mu_d \tau_{tr}}) = L. \quad (3.22)$$

Pro náboj s dobou života větší než čas průchodu detektorem můžeme uvažovat limitu nekonečné doby života driftujícího náboje, kde vztah (3.21) přechází do podoby

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} I(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{Q_{00} E_0 \mu_d}{L} e^{-\left(a + \frac{1}{\mu_d \tau}\right) \mu_d t} = \frac{Q_{00} E_0 \mu_d}{L} e^{-a\mu_d t} = I_0 e^{-a\mu_d t}. \quad (3.23)$$

S uvažováním konstantního elektrického pole (3.18) ($a = 0$) bez vytvoření prostoro-
vého náboje dostáváme z (3.21)

$$I(t) = \frac{Q_{00} E_0 \mu_d}{L} e^{-\frac{\mu_d t}{\mu_d \tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.24)$$

což je stejný výsledek jako v případě (3.17).

3.4 Absorpce světla v celém objemu detektoru

Nyní odvodíme proudové závislosti pro situaci, kdy se fotogenerované elektron-děrové páry vytvoří v celém objemu detektoru. Tato situace může nastat v případě použití laserového svazku o energii menší než energie zakázaného pásu daného materiálu. Převážná část fotonů projde detektorem bez interakce a absorbuje se pouze malá část. Pro jednoduchost zanedbejme vzájemnou e-h rekombinaci po celé délce detektoru. Driftová rychlost všech částic je opět konstantní.

3.4.1 Náboj s dobou života větší než doba průchodu detektorem

Předpokládejme konstantní nábojovou hustotu

$$\rho(x) = \rho_0, \quad (3.25)$$

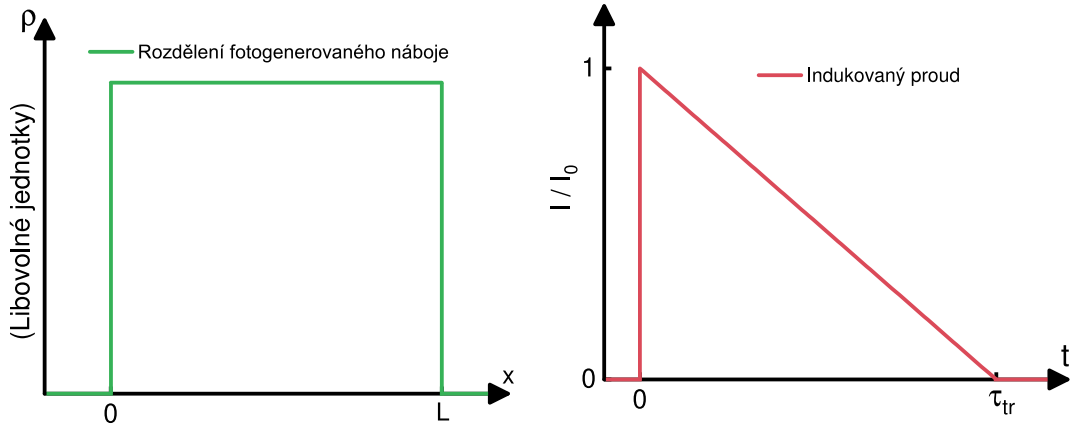
kde ρ_0 je reálná hodnota. Rozložení náboje je zobrazeno na levé části obrázku 3.5. Celková velikost fotogenerovaného náboje v čase $t = 0$ je podle vztahu (A.10) rovna

$$Q_\Sigma = \int_0^L \rho(x) dx = \int_0^L \rho_0 dx = \rho_0 L. \quad (3.26)$$

Dále pomocí lemmatu o indukovaném proudu (A.12) vypočteme časovou závislost indukovaného proudu

$$I(t) = \frac{v}{L} \int_0^{L-vt} \rho_0 dx = \frac{\rho_0 v_d}{L} [x]_0^{L-vt} = \rho_0 v_d \frac{L - v_d t}{L}. \quad (3.27)$$

Dostáváme stejný průběh, jako v případě (3.8) s uvažováním malého absorpčního koeficientu. Právě získaná časová závislost indukovaného proudu odpovídá trojúhelníkovému tvaru zobrazeného na pravé části obrázku 3.5.



Obrázek 3.5: **Levý:** Prostorová závislost rozdělení foto-generovaného náboje elektronů v detektoru o délce L . **Pravý:** Závislost indukovaného proudu tvořeného konstantním nábojem elektrony z levého obrázku.

Dodatečnou časovou integrací získáme hodnotu sebraného náboje

$$Q_T = \int_0^{\tau_{tr}} \rho_0 v_d \frac{L - v_d t}{L} dt = \frac{\rho_0 \tau_{tr} v_d (2L - \tau_{tr} v_d)}{2L} = \frac{Q_0}{2} \quad (3.28)$$

s uvažováním vztahu (3.12). Vidíme, že v tomto případě sebraný náboj Q_T je roven polovině celkového fotogenerovaného náboje Q_0 daného vztahem (3.26). Druhou část náboje dodají díry.

3.4.2 Náboj s dobou života menší než doba průchodu detektorem

Podle [20] lze časový vývoj náboje Q_{00} s konečnou dobou života τ popsat exponenciálním poklesem ve tvaru

$$Q(t) = Q_{00}e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.29)$$

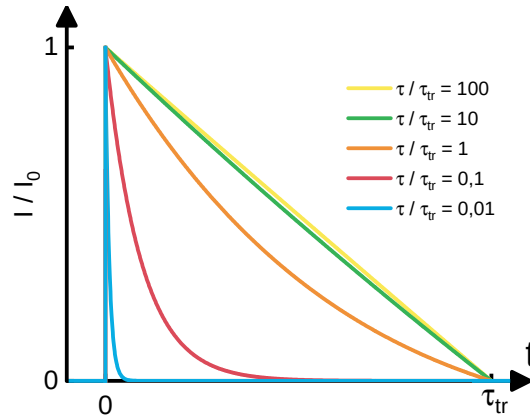
Problém závislosti proudu na čase pro náboj s konečnou dobou života vyřešíme součtem proudových příspěvků od jednotlivých nábojových elementů na ose x o velikosti (3.25). Využijeme znalosti proudové závislosti na rozložení náboje tvaru delta funkce (3.15) s uvažováním postupného ubývání náboje podle (3.29) a tím získáme vztah, který nazveme proudovou hustotou

$$\tilde{I}(x, t) = \frac{Q(x) e^{-\frac{t}{\tau}} v_d}{L} = \frac{\rho_0 e^{-\frac{t}{\tau}} v_d}{L}. \quad (3.30)$$

Proces postupného sběru fotogenerovaného náboje vyřešíme prostorovou integrací do místa $L - v_d t$, tedy

$$I(t) = \int_0^{L-v_d t} \tilde{I}(x, t) dx = \int_0^{L-v_d t} \frac{\rho_0 v_d e^{-\frac{t}{\tau}}}{L} dx = \frac{\rho_0 v_d e^{-\frac{t}{\tau}}}{L} (L - v_d t) \quad (3.31)$$

Schéma časové závislosti indukovaného proudu pro různé hodnoty doby života τ jsou zobrazeny na obrázku 3.6. Je zřejmé, že pro dobu života τ větší než čas průchodu náboje detektorem τ_{tr} dostáváme vztah (3.27).



Obrázek 3.6: Schéma časové závislosti indukovaného proudu tvořeného rovnoměrným nábojem pro různé relativní hodnoty doby života náboje.

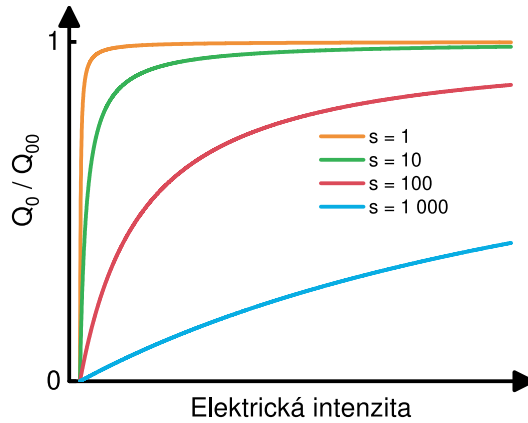
3.5 Povrchová rekombinace

Během dopadu laserového svazku na polovodičový detektor může docházet k povrchové rekombinaci části vytvořeného náboje. Tedy nemusí platit, že se

veškerý fotogenerovaný náboj bude podílet na měřených proudových závislostech. Jednou z možných korekcí vytvořeného fotogenerovaného náboje Q_{00} může být podle [22] vztah

$$Q_0 = \frac{Q_{00}}{1 + \frac{s}{\mu_d E}}, \quad (3.32)$$

kde s je *rychlost povrchové rekombinace* s rozměrem $\left[\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right]$, μ_d je driftová pohyblivost a E je elektrická intenzita mezi kontakty. Zlomek ve jmenovateli s využitím vztahu pro driftovou pohyblivost μ_d (2.8) vyjadřuje poměr dvou rychlostí. Jinak řečeno, efektivní parametr s říká, jak rychle dochází k záchytu vytvořeného náboje pod kontaktem a člen $\mu_d E$ udává rychlost driftu náboje napříč vzorkem. Tedy náboj Q_0 je ten zbytkový náboj, který se bude podílet na indukovaní proudu. Procentuální závislost velikosti náboje Q_0 po rekombinaci vůči velikosti původního náboje Q_{00} na elektrické intenzitě E je pro různé hodnoty rychlosti povrchové rekombinace zobrazena na obrázek 3.7.



Obrázek 3.7: Poměr náboje, který nezanikne při povrchové rekombinaci v závislosti na velikosti intenzity elektrického pole uvnitř detektoru pro různé hodnoty rychlosti povrchové rekombinace.

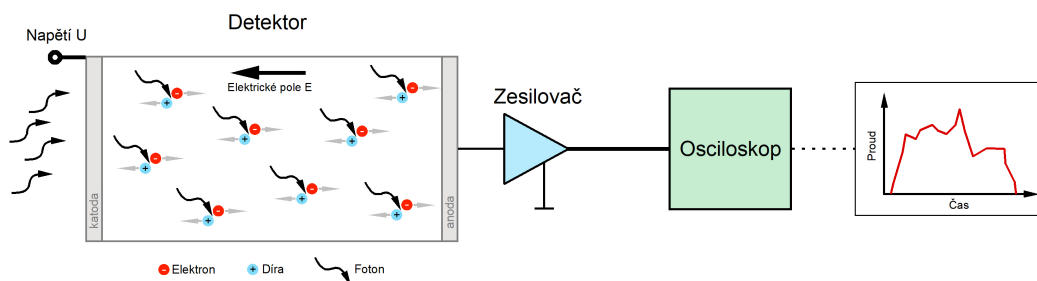
4. Experimentální část

4.1 Metoda tranzientních proudů - TCT

4.1.1 Princip

Jednou z mnoha charakterizačních metod polovodičových detektorů je metoda uváděná pod zkratkou TCT (z angl. Transient-Current Technique), která je založena na principu měření času pohybu objektu v konkrétním médiu (zkratkou *ToF* - z anglického *Time-of-Flight*). Tato metoda slouží k určování transportních vlastností detektorů záření a profilů vnitřního elektrického pole. Základní princip TCT metody spočívá v měření proudové odezvy zkoumaného detektoru s přiloženým napětím v závislosti na typu dopadajícího záření (elektromagnetické záření z laseru či diody nebo ionizujícího záření). Pro generování elektron-děrových párů je v této práci použit pulzní laser a tato metoda se označuje L-TCT z anglického *Laser-induced Transient Current Technique*.

Základní princip L-TCT je schematicky znázorněn na obrázku 4.1. Laserový puls přichází do detektoru, kde vygeneruje určité množství elektron-děrových párů v místech závislých na použité vlnové délce v souladu se vztahem (1.2). Vlivem elektrického pole vytvořeného přiloženým napětím U , se jak elektrony, tak díry začnou pohybovat k příslušné elektrodě. Pohybující se náboj na kontaktech podle Shockley-Ramova teorému [12] indukuje elektrický proud, který je po zesílení proudovým zesilovačem měřen na digitálním osciloskopu. Jednotlivé komponenty aparatury budou detailně popsány v následujících kapitolách.

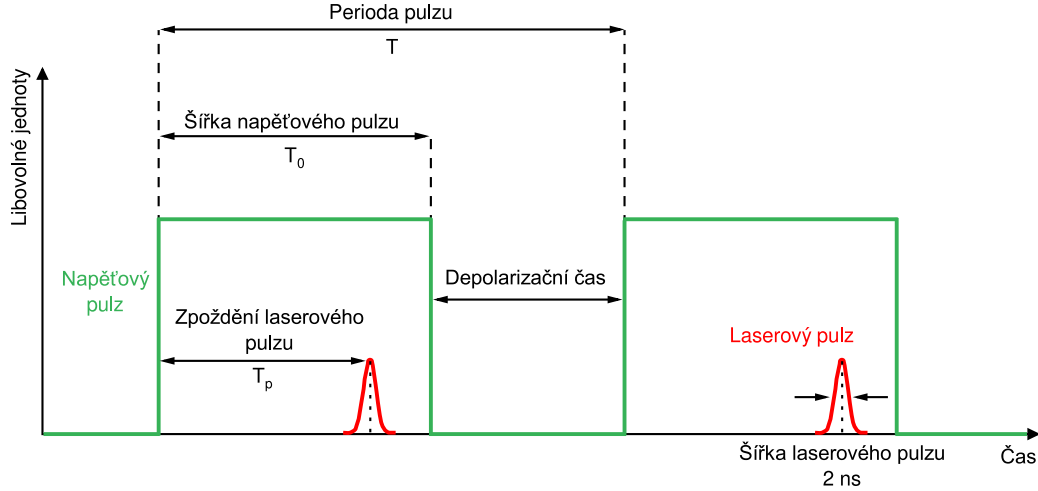


Obrázek 4.1: Principiální schéma L-TCT.

4.1.2 Pulzní a DC režim L-TCT

TCT můžeme podle časového průběhu přiloženého napětí dělit na dva režimy - DC a pulzní. V prvním případě je na detektor přiloženo konstantní stejnosměrné napětí, které nijak nesouvisí s časovým průběhem osvětlování detektoru. Dopadající elektromagnetické záření generuje fotonáboj, který se během migrace k příslušné elektrodě může zachytávat na různých místech detektoru. Hromaděním náboje se zmenšuje vnitřní elektrické pole vytvořené externím zdrojem. Mluvíme o polarizaci detektoru.

Oproti tomu pulsní režim spočívá v časově proměnném stejnosměrném napětí, které je časově provázáno s laserovými pulsy podle schématu na obrázku 4.2. Schéma pulzování je definováno periodou pulzu T , šířkou napětového pulzu T_0 a zpožděním laserového pulzu po zapnutí napětového pulzu T_p . Vhodnou volbou těchto parametrů lze dosáhnout konfigurace měření, kdy nedochází k výše zmiňované polarizaci detektoru. Například při měření s dostatečně krátkým T_p se nestačí zachytit nosiče uvnitř detektoru a vytvořit se prostorový náboj.



Obrázek 4.2: Schéma pulzování laseru a napětí U . Překresleno z [14].

4.2 Měřicí aparatura

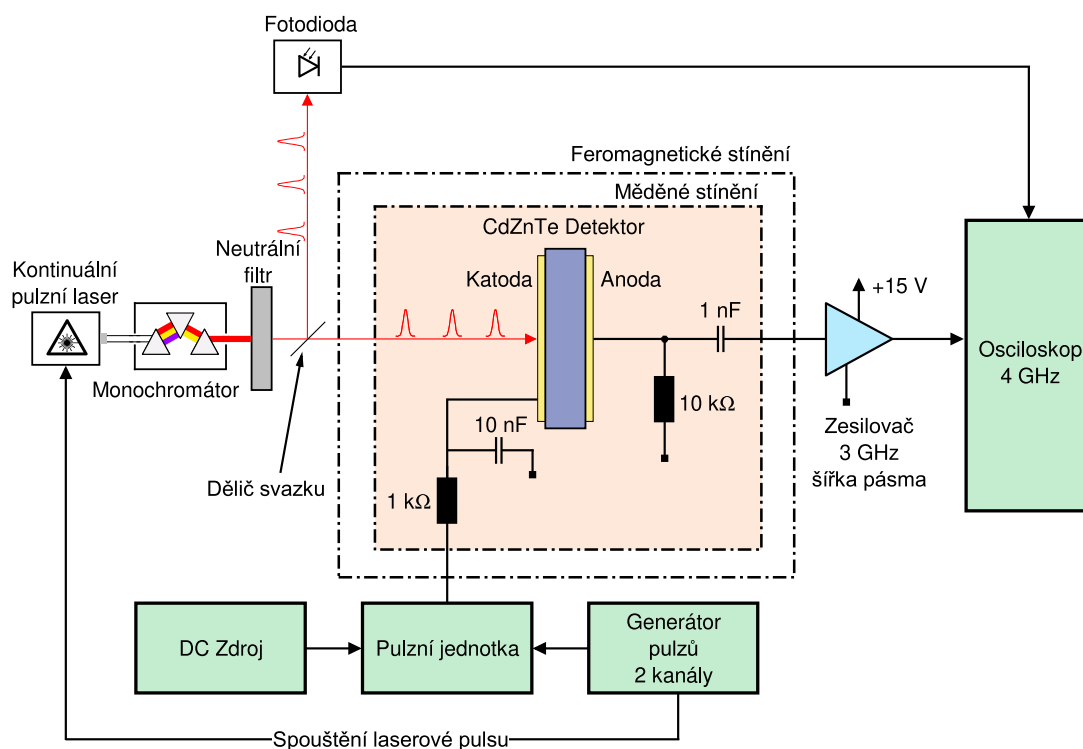
Pro studium generace a transportu náboje v polovodičovém detektoru laserovým svazkem jsme použili aparaturu, jejíž schéma je uvedeno na obrázku 4.3. Aparatura umožňuje měřit transientní proudy generované laserovým svazkem v pulzním i DC režimu. V následujících podkapitolách detailně rozebereme vlastnosti a chování jednotlivých komponent aparatury.

4.2.1 Laser SuperK COMPACT NKT

Jako zdroj záření je použit single-modový bílý laser modelu SuperK COMPACT značky NKT Photonics, jehož spektrální optický rozsah se pohybuje v intervalu 450 – 2400 nm¹. Časová šířka pulsu jsou 2 ns s opakovací frekvencí od 1 Hz do 26 kHz, která určuje výstupní výkon.

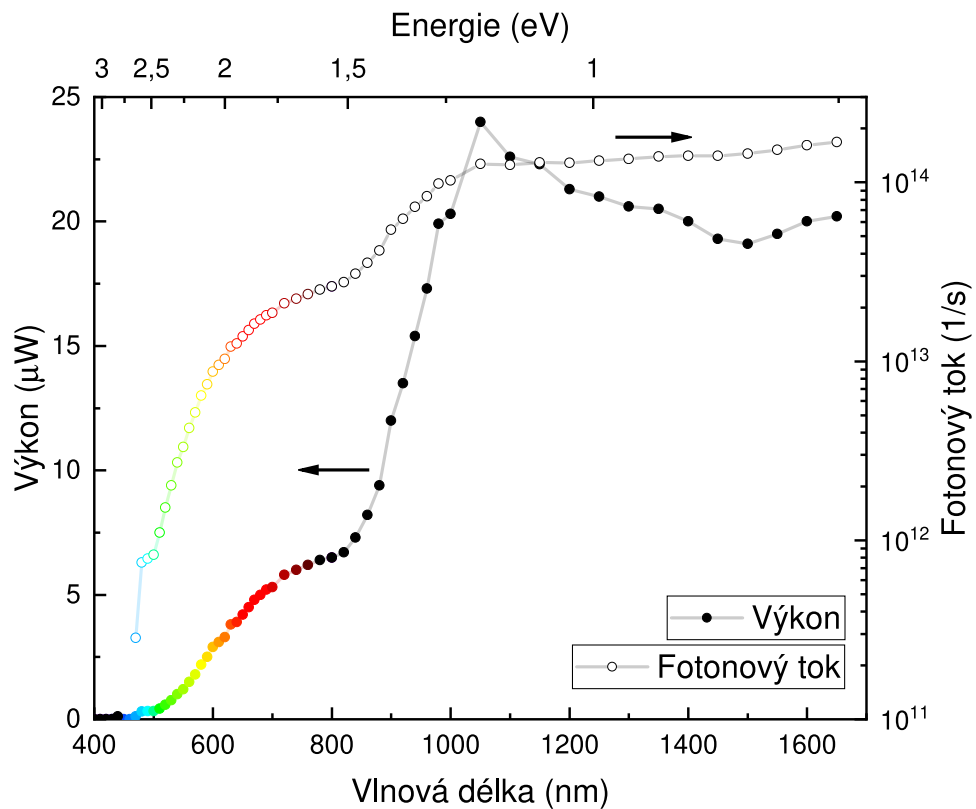
Naše měření se nejčastěji provádí při opakovací frekvenci 10 Hz. Abychom mohli z naměřených dat určovat povrchovou rekombinaci je nutné porovnávat proudové odezvy vytvořené stejným počtem dopadajících fotonů. K tomu využijeme normování na fotonový tok daný vztahem (3.1), kde je nutné znát závislost výstupního výkonu laserového svazku na použité vlnové délce pro opakovací frekvenci laseru 10 Hz. Detekční jednotkou Thorlabs S120C jsme však schopni měřit nenulový výkon pouze do frekvence 500 Hz. S nižší frekvencí (výkonem) není již

¹Produktová dokumentace je dostupná na webové adrese <https://www.nktp Photonics.com/lasers-fibers/product/superk-compact-supercontinuum-lasers/>

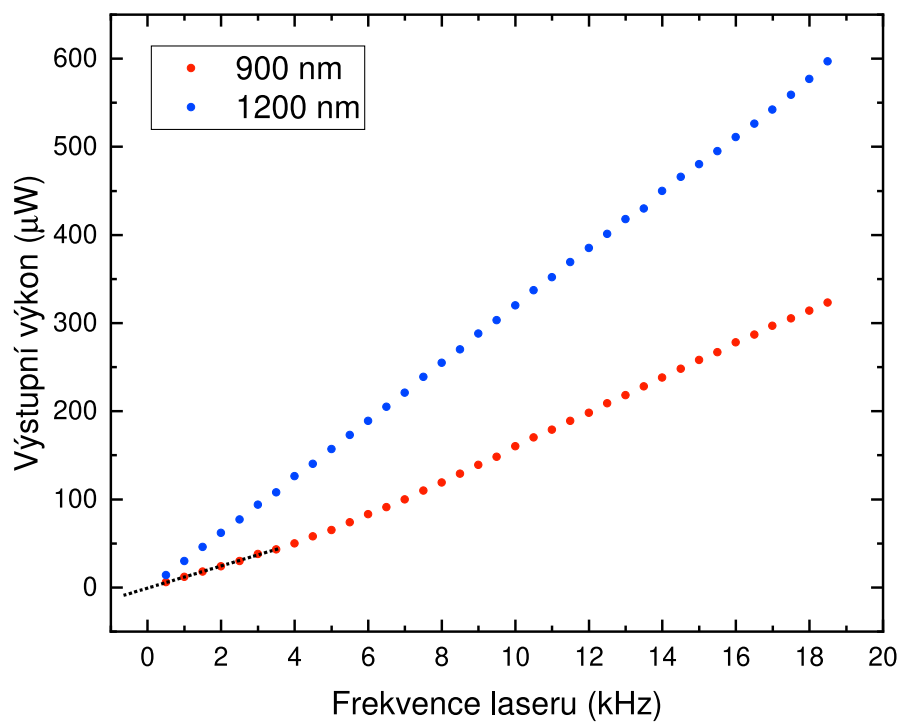


Obrázek 4.3: Schéma aparatury na měření L-TCT.

signál detekovatelný. Na obrázku 4.5 je ukázána závislost výstupního výkonu na opakovací frekvenci laseru pro vlnovou délku 900 nm a 1200 nm pro konstantní frekvenci 500 Hz. Vzhledem k lineárnímu poklesu výstupního výkonu od frekvence 4 kHz předpokládáme tuto úměru i pro opakovací frekvence menší než 500 Hz. S využitím měřky výkonu Thorlabs PM100D a detekčních jednotek Thorlabs S142C a Thorlabs S120C nastavených na automatický rozsah, byla naměřena spektrální závislost integrálního výkonu laserového svazku a fotonového toku při konstantní frekvenci laseru 1 kHz, která je uvedena na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Závislost integrálního výkonu a přepočteného fotonového toku laserového svazku vystupujícího z monochromátoru na vlnové délce pro frekvenci laseru 1 kHz.

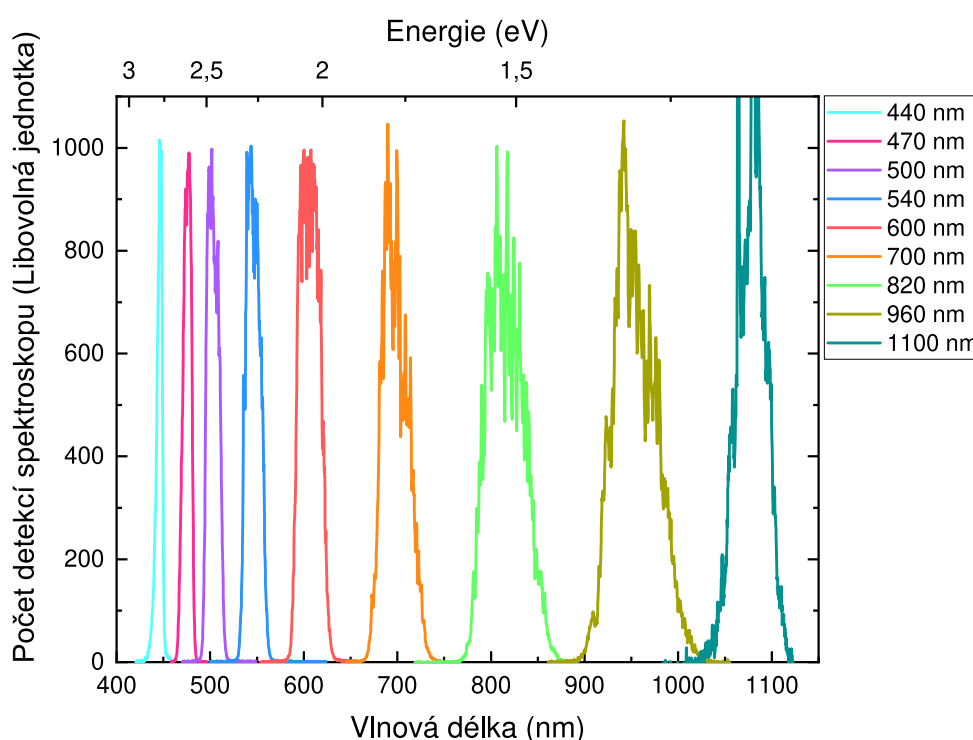


Obrázek 4.5: Závislost výstupního výkonu pro vlnovou délku 900 nm a 1200 nm na opakovací frekvenci laseru.

4.2.2 Monochromátor SPM 2 Carl Zeiss

K výběru konkrétní vlnové délky ze spojitého spektra laseru využíváme hranolový monochromátor SPM 2 od firmy Carl Zeiss Jena. Nastavení výstupní vlnové délky je ovládáno krokovým motorkem, který je připojený k počítači. Na výstupu z monochromátoru je výsledná vlnová délka vybrána 1,5 mm širokou štěrbínou.

Pomocí spektroskopu jsme proměřili spektrální profily jednotlivě vybraných vlnových délek, které vystupují z monochromátoru. V ideálním případě bychom pro každou vlnovou délku měli získat průběh podobný delta funkci (A.3). Jak je vidět z obrázku 4.6, tak se zvětšující se vlnovou délkou se pološířka spektrální obálky rozšiřuje. Tento fakt může způsobovat určitou chybu měření výkonu laseru pro jednotlivé vlnové délky.



Obrázek 4.6: Spektrální profily jednotlivých vlnových délek vystupujících z monochromátoru. Normováno na přibližnou hodnotu počtu detekcí vlnové délky 400 nm.

4.2.3 Optické vlákna

Pro přenos laserového pulsu mezi monochromátorem a částí aparatury s detektorem umístěným v izolační krabici jsme použili dva typy optických vláken. Pro vlnové délky v intervalu 630–840 nm bylo použito jednovidové optické vlákno S630HP od firmy Thorlabs a pro 860–960 nm opět jednovidové optické vlákno HP780 od stejného výrobce. Protože použitá vlákna měla různý útlum světla vlivem technických parametrů a navázání, provedli jsme numerickou korekci amplitudy změřených transientních proudů tak, aby se naměřená data obou vláken pro vlnové délky 840 nm a 860 nm shodovala. Technické parametry jednotlivých optických vláken jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Parametry	Thorlabs S630HP	Thorlabs HP780
Numerická apertura	0,12	0,13
Rozsah vl. délek	630 – 860 nm	780 – 970 nm
Atenuace	≤ 10 dB/km	≤ 4 dB/km
Průměr jádra	$3,5 \mu\text{m}$	$4,4 \mu\text{m}$
Typ jádra	oxid křemičitý	-

Tabulka 4.1: Technické parametry použitých optických vláken. Převzato z dokumentů výrobce.

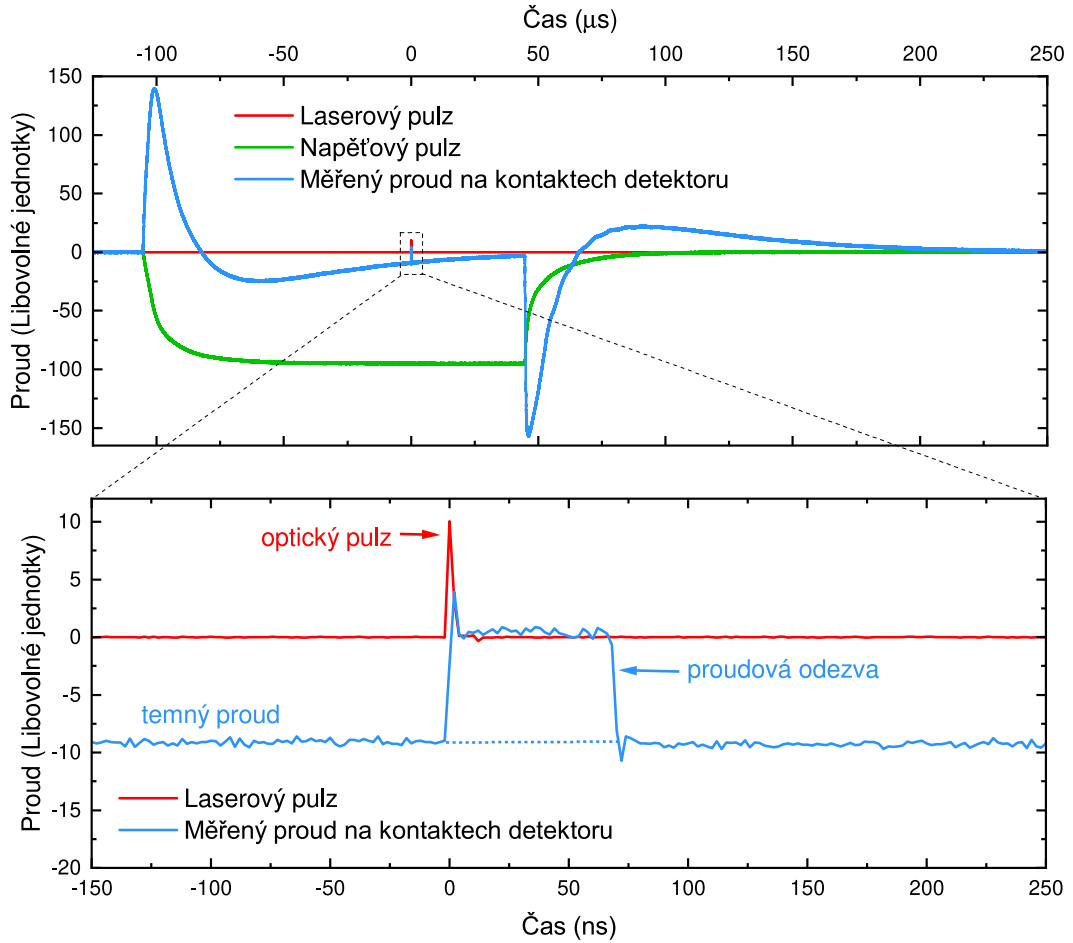
4.3 Proudová waveforma

Schéma pulzování uvedené na obrázku 4.2 je značně idealizované. V reálné aparatuře dochází vlivem strmé náběžné hrany přiloženého napětového pulzu k relaxaci na požadované hodnoty až po určité době kvůli vzniku tlumeného kmitání vlivem RLC jevů v elektrickém obvodu. Veškeré námi volené časové parametry T , T_0 a T_p jsou záměrně voleny tak, abychom dodrželi podmínku nepolarizovaného detektoru a zároveň, abychom se co nejvíce přiblížili idealizaci pulzování podle schématu na obrázku 4.2.

Pro objasnění výběru parametrů pulzování jsme změřili osciloskopem časový průběh proudu v detektoru, a zároveň světelného i napětového pulzu. Světelný pulz byl snímán ultrarychlou diodou, jejímž výstupem je napětový signál. Na obrázku 4.7 jsou zobrazeny všechny signály na jedné časové ose. Po zapnutí napětí je nutné počkat minimálně $80 \mu\text{s}$, než se napětí dostane na požadovanou hodnotu a zároveň se vlivem rychlého napětového pulsu indukuje proud, který je ovlivněn RLC obvodem. Příchozí světelný pulz generující fotonáboj ovlivní vodivost polovodičového detektoru. Tato změna se projeví odchýlením napětí od temného proudu. Odečtením napětové odezvy od napětového pozadí dostaneme časovou závislost napětí indukovaného fotogenerovaným nábojem. Hodnoty proudu získáme přepočtem napětí pomocí odporu zesilovače a vstupního odporu osciloskopu. Proud indukovaný elektrony nebo dírami nabývá různých znamének v závislosti na indukujícím náboji a polaritě přivedeného napětí. Zavedme konvenci, která bude zobrazovat hlavní část odečtené proudové odezvy od proudového RLC pozadí vždy do kladných hodnot. Časovou závislost měřeného proudu po odečtení proudového pozadí bez světelného pulzu s aplikováním právě zmíněné konvence budeme nazývat *proudová waveforma* (zkráceně PWF).

4.4 Fitování metodou Monte Carlo

Teoretický výpočet proudových odezev založených na proudové rovnici kontinuity je analyticky řešitelný pouze pro detektor obsahující jednu zachytnou past. Odvozené vztahy proudových závislostí z kapitoly 3 nezahrnují možnost zpětného uvolnění zachyceného náboje - mělké pasti. Proto ve vyhodnocování naměřených dat využíváme fitování pomocí numerické metody Monte Carlo (dále MC fit), kde je možné tento jev zahrnout [14, 23]. Použitá metoda pracuje s dvouhladinovým modelem detektoru o jedné mělké a jedné hluboké pasti popsané v kapitole 2.6.1. Detailní mechanismus použité metody lze najít v diplomové práci [14] J. Pipka.

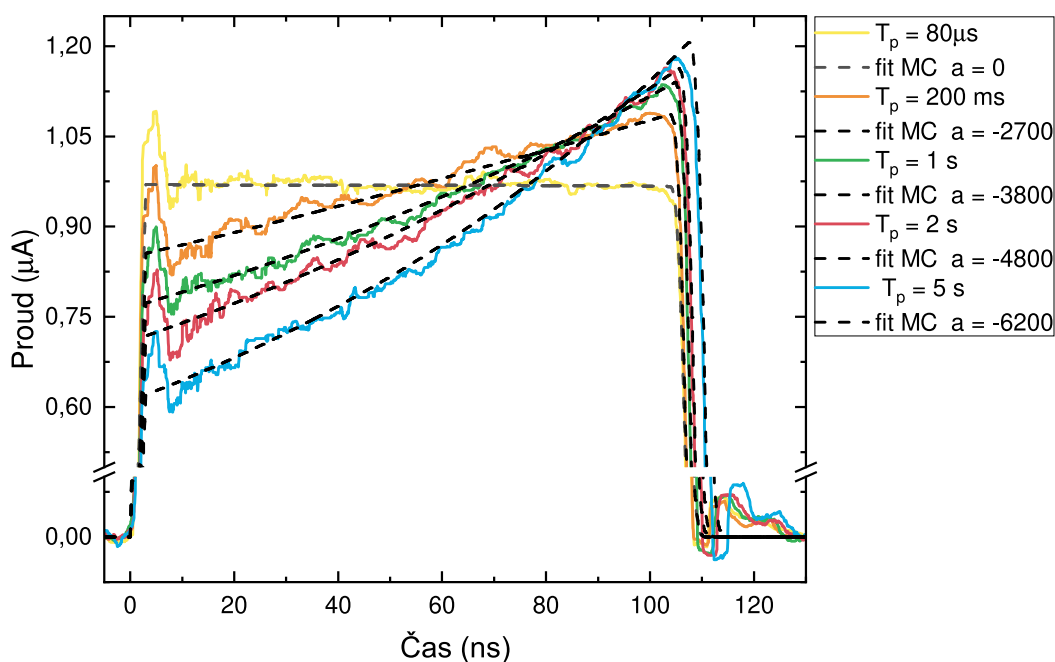


Obrázek 4.7: **Horní:** Proudová odezva laserového svazku snímaného ultrarychlou fotodiodou, dále napěťového pulzu externího napěťového zdroje a proudu mezi kontakty detektoru. Parametry pulzování jsou $T_p = 110 \mu s$ a $T_0 = 150 \mu s$. **Dolní:** Detail horního obrázku v intervalu od -150 ns do 250 ns. Jsou použity libovolné proudové jednotky.

4.5 Výběr parametrů pulzování

S použitím vlnové délky 670 nm a napětí -400 V jsme změřili časové závislosti indukovaného proudu pro různé hodnoty zpoždění laserového pulzu T_p uvedené na obrázku 4.8. Pro zpoždění laserového pulzu $T_p = 80 \mu s$ byl zvolen depolarizační čas $390 \mu s$ s periodou pulzu $T = 500 \mu s$ a pro ostatní hodnoty T_p byl zvolen rozdíl $T_0 - T_p = 1$ ms s depolarizačním časem 500 ms. Graf dále obsahuje fity metodou Monte Carlo s uvažováním lineárního elektrického pole podle vztahu (3.21), pouze pro $T_p = 80 \mu s$ byl použit vztah (3.15). Dobu života elektronů uvažujeme řádově větší než samotné měření. Na začátku a na konci každé proudové křivky lze pozorovat uniformní odezvu elektroniky ve formě RLC tlumených kmitů.

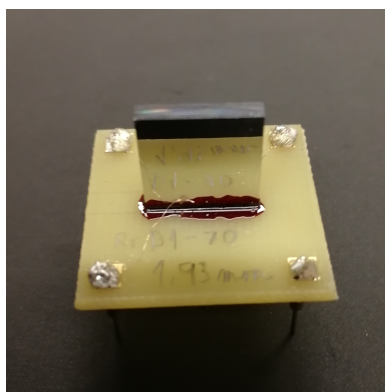
Bylo zjištěno, že u zpoždění $T_p = 80 \mu s$ nenastává polarizace detektoru (viz obrázek 4.8). Protože chceme dále měřit pouze elektricky neutrální detektor v nepolarizovaném stavu, vybrali jsme pro měření v celé další práci následující parametry pulzování: perioda pulzu $T = 100$ ms, šířka napěťového pulzu $T_0 = 150 \mu s$ a zpoždění laserového pulzu $T_p = 80 \mu s$.



Obrázek 4.8: Závislost tvaru proudových waveforem na zpoždění laserového svazku T_p . Čárkované čáry představují fit metodou Monte Carlo uvažující lineární závislost elektrického pole uvnitř detektoru s parametrem a vystupující ve vztahu (3.18).

4.6 Použitý polovodičový detektor

Předmětem zkoumání této práce je již hotový planární detektor vyrobený z materiálu CdZnTe s příměsí 10% zinku od kanadské firmy Redlen Technologies. Planární detektor velikosti $1,93 \text{ mm} \times 1,1 \text{ cm} \times 1,1 \text{ cm}$ je opatřen platinovými kontakty. Samotný detektor je zobrazen na obrázku 4.9.



Obrázek 4.9: Planární detektor CZT přilepený hranou k měřicí podložce.

4.7 Průběh měření

Naším cílem je provést spektrální závislost generace náboje v polovodičového detektoru CdZnTe popsáno v předešlé kapitole za pomoci laserových pulsů s

jasně definovanými vlastnostmi z kapitoly 4.1. Ze znalosti hodnoty energie zakázaného pásu při pokojové teplotě (viz tabulka 1.1) volíme interval použitých vlnových délek 630 – 940 nm. Celé měření se skládá ze dvou částí v závislosti na polaritě přiloženého napětí na detektoru. V obou částech osvětlujeme stejnou elektrodu. Záporné napětí slouží pro měření sběru elektronů, protože v případě použití světla o energii větší, než energie zakázaného pásu, se e-h páry tvoří v blízkosti katody. Díry okamžitě rekombinují na katodě a elektrony driftují ke kladné anodě. V druhé části přepólujeme napětí na detektoru a tím se změní charakteristiky z elektronových na děrové. Mechanismus zůstává totožný.

Vlnové délky v intervalu 630 – 700 nm jsme měřili s krokem 10 nm a v intervalu 720 – 940 nm s krokem 20 nm v pulsním režimu, tedy předpokládáme nábojovou neutralitu detektoru před každým pulsem. Absolutní hodnota přivedeného napětí na detektor byla volena v intervalu 50 – 600 V s krokem 50 V pro elektrony a 100 – 600 V s krokem 100 V pro díry. Každá výsledná elektronová PWF je průměrem 1000 dílčích waveforem. Oproti tomu výsledná děrová PWF je průměrem deseti dílčích WF měřených po sobě, kde každá dílčí PWF je průměrem 1000 waveforem, jak tomu bylo u elektronů. Důvodem desetkrát opakovaného měření pro stejné napětí u děrových PWF je vyhnutí se náhodným oscilacím pulzního napětového zdroje, které by se v případě změření 10 000 waveforem najednou mohly projevit ve formě neodstranitelné chyby.

Podle [24] je tvar PWF ovlivňován elektronickými součástkami tvořící měřicí obvod. Parazitující jevy součástek a detektoru lze nahradit náhradním obvodem charakterizovaný vlastní přístrojovou funkcí. Na veškerá data je použita opravná dekonvoluce s přístrojovou funkcí aparatury bez polovodičového detektoru [24].

5. Výsledky měření a diskuze

Podle rozboru provedeného v teoretické části této práce, se na tvaru měřených waveforem projevují dva základní jevy. V případě použití elektromagnetického záření s vlnovými délkami o energiích větších než je šířka zakázaného pásu se náboj generuje v blízkosti kontaktu a na velikost měřeného proudu má vliv povrchová rekombinace. Na druhou stranu v případě použití menších energií než je šířka zakázaného pásu, náboj se tvoří v objemu detektoru a povrchová rekombinace již nemá takový efekt. Rozhodujícím parametrem je zde hodnota absorpčního koeficientu. Mísení těchto bazálních jevů bude jednotlivě diskutováno v následujících kapitolách jak pro elektrony, tak pro díry.

Konfigurace měřicí aparatury

Během celého měření osvětlujeme stejnou elektrodu. V případě měření transportu elektronů je na osvětlenou elektrodu (katodu) přiloženo záporné napětí, které budeme dále pro jednoduchost psát v absolutní hodnotě. Oproti tomu v případě transportu děr je na stejnou elektrodu přiložené kladné napětí. Využíváme pulzního L-TCT měření s periodou pulzu $T = 100$ ms, s šířkou napětového pulzu $T_0 = 150$ μ s a se zpožděním laserového pulzu $T_p = 80$ μ s, kde předpokládáme konstantní elektrické pole po celé délce polovodičového detektoru, protože se nestačí vytvořit prostorový náboj. Dále předpokládáme konstantní teplotu detektoru se zanedbáním vlastní rekombinace fotogenerovaných elektron-děrových párů. Při fitování metodou Monte Carlo uvažujeme dvouhladinový model mělké a hluboké pasti.

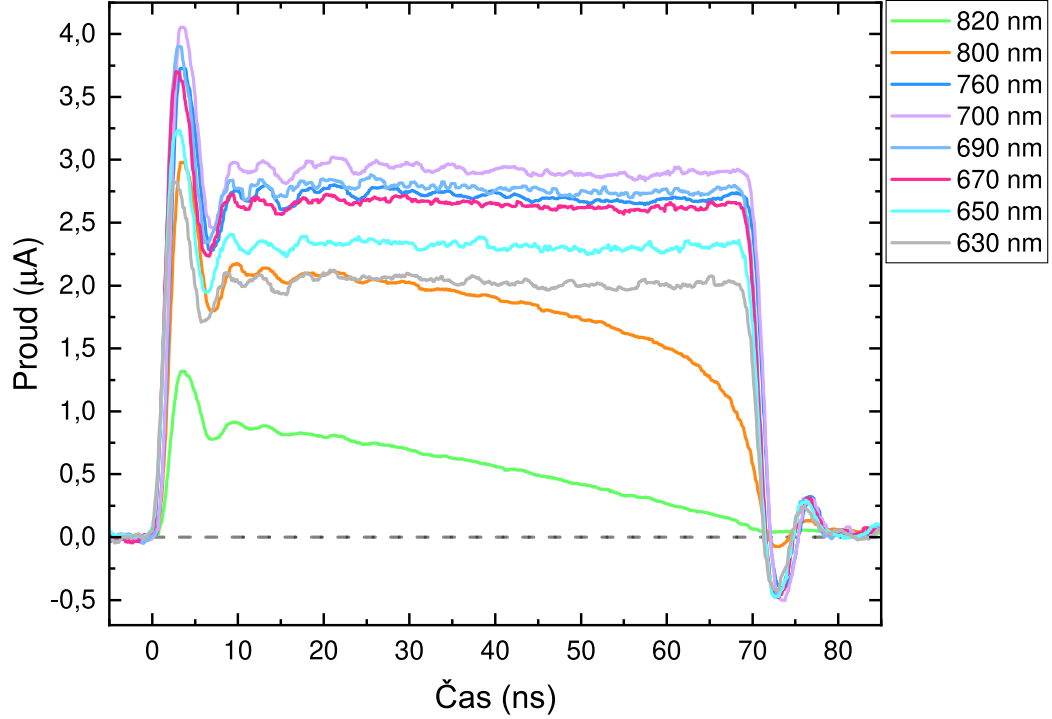
5.1 Transport elektronů

5.1.1 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím větším než šířka zakázaného pásu

Jako první jsme změřili časové závislosti indukovaného proudu na použité vlnové délce (VD) při napětí -600 V. Pro vlnové délky $630 - 820$ nm jsou proudové waveformy zobrazeny na obrázku 5.1. Energie zakázaného pásu CZT podle tabulky 1.1 přibližně odpovídá vlnové délce 790 nm. Každá waveforma obsahuje na začátku a na konci tlumené kmity způsobené přechodovými jevy RLC obvodu. Maximální amplituda tlumeného kmitu je pro každou vlnovou délku přímo úměrná přiloženému napětí.

Zvolme jednu vlnovou délku světla, která nejlépe vystihuje daný interval energií a provedme hlubší analýzu. Byla vybrána VD 690 nm, protože i se započtením chyby spektrálního profilu použitého světelného svazku (viz obrázek 4.6) se nepohybuje v energiích kolem zakázaného pásu. Zde je nutné podotknout, že všechny námi zobrazené vlnové délky o energii větší než zakázaný pás vykazují stejný charakter proudové waveformy jako námi vybraná VD 690 nm.

Časové závislosti proudových waveforem pro různé hodnoty napětí pro VD 690 nm jsou zobrazeny na obrázku 5.2. Čárkované čáry představují fit metodou Monte Carlo s uvažováním nekonečné doby života elektronů, konstantního elektrického pole a difúzního rozšíření elektronového oblaku.



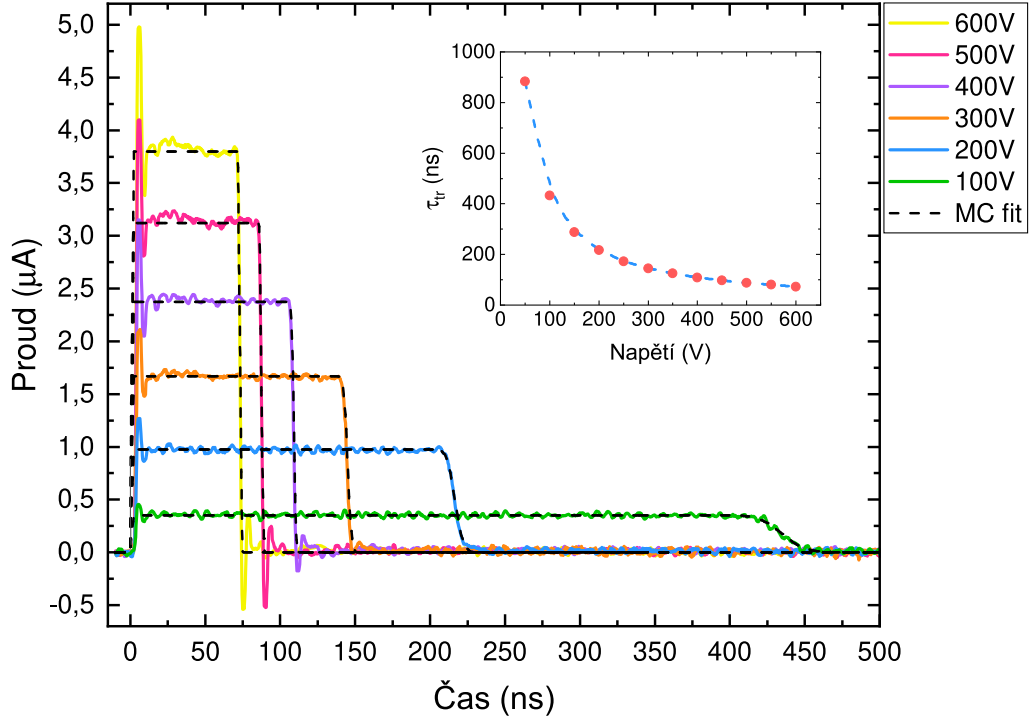
Obrázek 5.1: Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je větší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.

Hlavní protáhlé části všech proudových waveforem na obrázku 5.2 nabývají konstantní hodnoty proudu. To odpovídá modelu náboje tvaru delta funkce podle vztahu (3.15). Indukovaný proud ke konci klesá po symetrické křivce, která odpovídá difúzi elektronového oblaku. Podle nastavených parametrů pulzování předpokládáme nepolarizovaný vzorek a tedy konstantní hodnotu elektrické intenzity uvnitř detektoru. Tím pádem difundující oblak dosahuje konstantní střední hodnoty driftové rychlosti související s intenzitou elektrického pole podle vztahu (2.8). Využitím vztahu pro čas průchodu (3.12) jsme z každé proudové waveformy na obrázku 5.2 určili driftovou pohyblivost s chybou určení pohyblivosti podle Gaussova zákona o přenosu chyb¹. Jednotlivé časy průchodu jsme odečítali z poloviny sestupní hrany způsobené difúzí. Tím dostáváme průměrnou hodnotu efektivní driftové pohyblivosti elektronů

$$\mu_{eff}^{690nm} = (890 \pm 71) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}. \quad (5.1)$$

Přenásobením časové osy z obrázku 5.2 příloženým napětím dostaneme waveformy nezávislé na velikosti napětí. Pro přehlednost dat jsou zobrazeny pouze některá napětí. Z nových waveforem zobrazených na obrázku 5.3 je ihned zřejmé,

¹Chyba určení driftové pohyblivosti byla počítána podle $\sigma_\mu = \frac{\mu}{\tau_{tr}} \sigma_{\tau_{tr}}$ s odhadnutou chybou určení doby průchodu $\sigma_{tr} = 10$ ns.



Obrázek 5.2: Napěťová závislost tvaru elektronových proudových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. **Vnitřní:** Doba průchodu elektronů v závislosti na napětí. Přerušovaná čára vyznačuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním nekonečné doby života elektronů a difúze elektronového oblaku.

že amplituda jednotlivých waveforem je různá, ale všechny končí v jednom čase. Jinak řečeno, pro různé hodnoty napětí vzorkem driftovalo různé množství náboje. Tento úbytek indukovaného proudu je možné vysvětlit povrchovou rekombinací diskutovanou v teoretické části této práce (kapitola 3.5). Jelikož povrchová rekombinace ovlivňuje hodnotu proudu pouze na počátku proudového pulzu, můžeme z první nenulové hodnoty fitu proudových waveforem z obrázku 5.3 pro každé napětí určit hodnotu rychlosti povrchové rekombinace. Fitováním vztahu povrchové rekombinace (3.32) na obrázku 5.4 získáváme parametry fitu naměřených proudů indukovaného elektrony pro vlnovou délku 690 nm

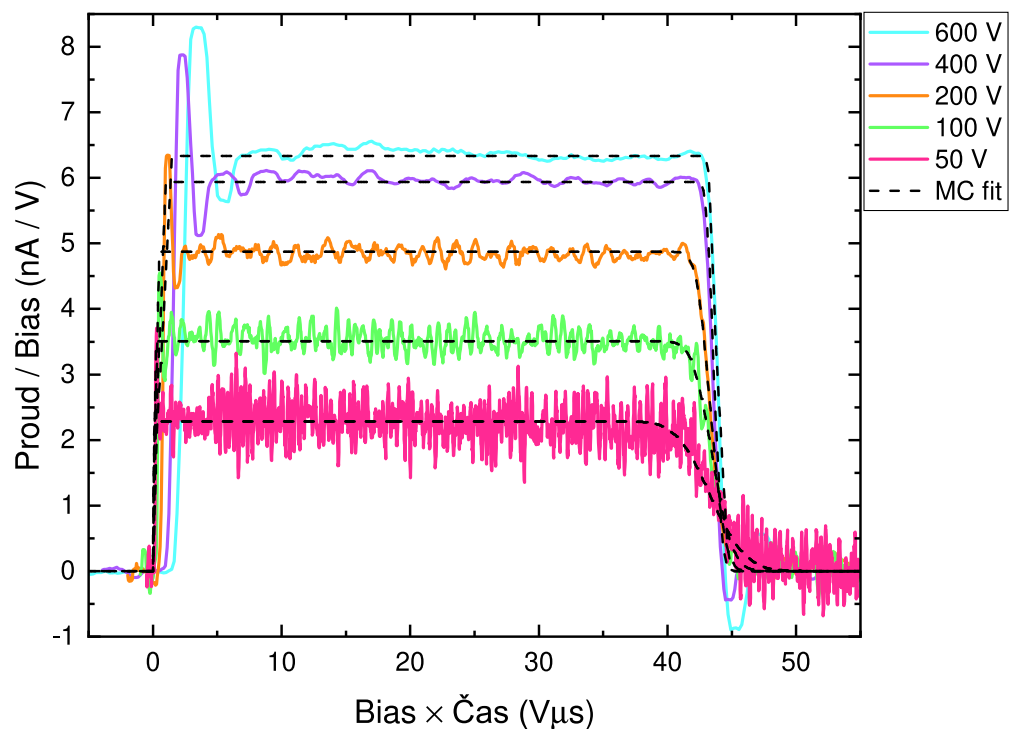
$$s = (5,14 \pm 0,10) \times 10^5 \text{ cm s}^{-1} \quad (5.2)$$

$$Q_{00} = (7,65 \pm 0,04) \text{ nA V}^{-1}. \quad (5.3)$$

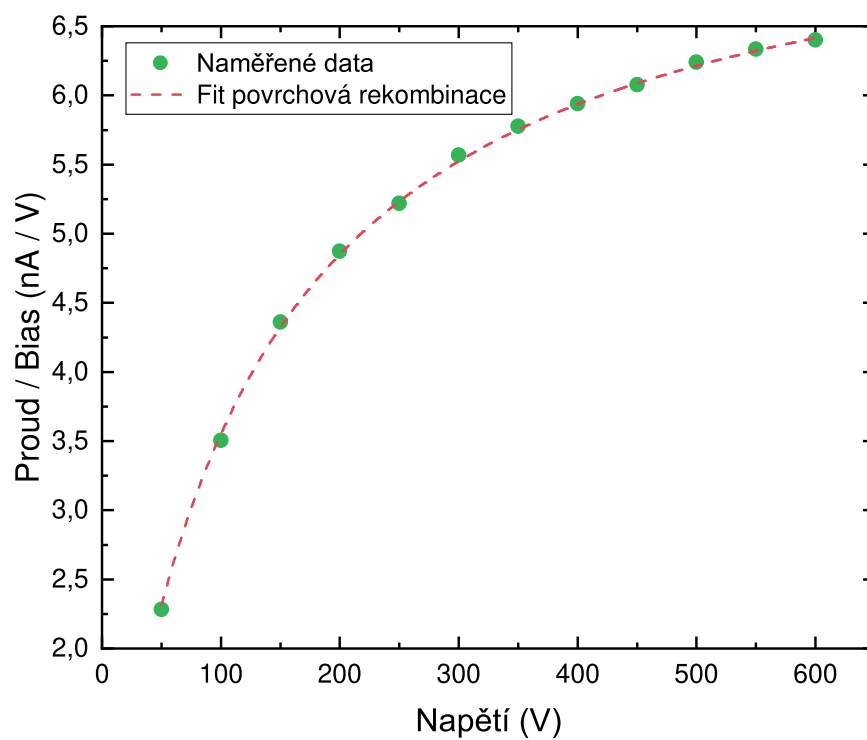
Transportní vlastnosti elektronů v nepolarizovaném detektoru získané fitováním metodou Monte Carlo jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Tabulka 5.1: Transportní vlastnosti elektronů získané MC fitem.

Parametr	elektrony
$\tau_{TD} [\mu\text{s}]$	$\gg \tau_{tr}$
$\tau_{DD} [\mu\text{s}]$	neuvažujeme
$\tau_{TS} [\mu\text{s}]$	$\gg \tau_{tr}$
$\tau_{DS} [\mu\text{s}]$	neuvažujeme



Obrázek 5.3: Napěťová závislost elektronových biasových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušované čáry značí fit metodou Monte Carlo s uvažováním nekonečné doby života elektronů a difúze elektronového oblaku.

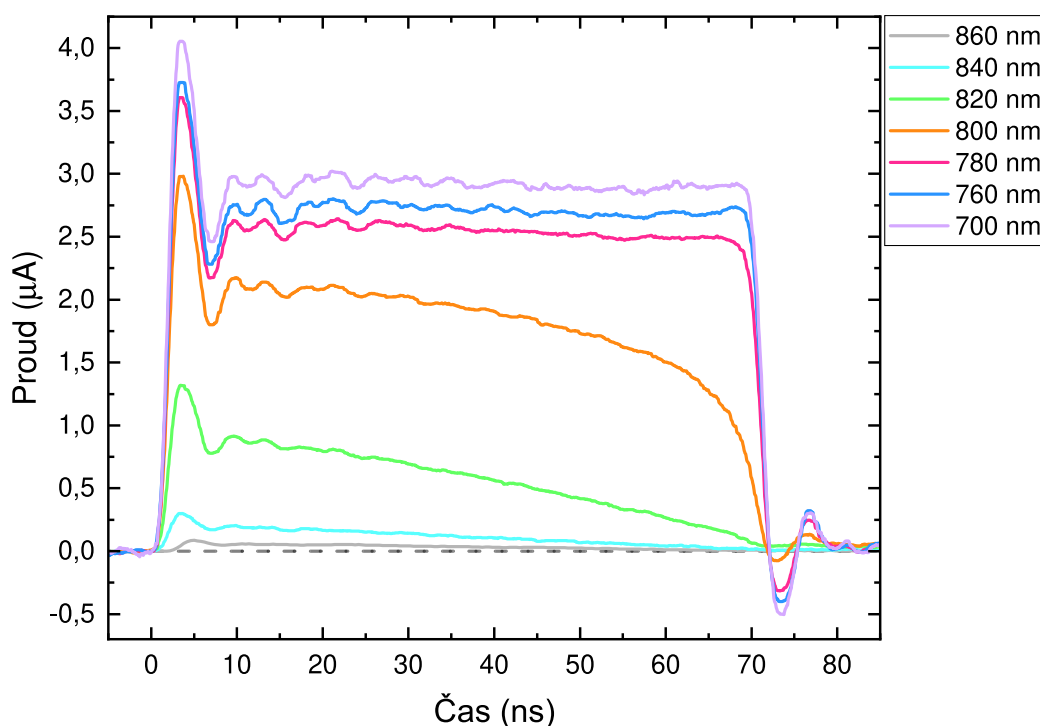


Obrázek 5.4: Napěťová závislost normovaného počátečního proudu napěťových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušovaná čára zobrazuje fit vztahu povrchové rekombinace (3.7).

5.1.2 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím v okolí energie zakázaného pásu

Nyní budeme analyzovat tvar proudových waveforem generovaných světlem o vlnové délce odpovídající energiím v okolí zakázaného pás. Obrázek 5.5 zobrazuje časovou závislost fotogenerovaného elektronového proudu pro vlnové délky 700 nm – 860 nm pro napětí -600 V. V tomto intervalu vlnových délek světla přecházíme z generování elektron-děrových párů blízko u elektrody ke generování elektron-děrových párů v celém objemu detektoru. To lze pozorovat ve změně tvaru proudových waveforem. Do vlnové délky 780 nm měříme vlnové waveformy obdélníkového tvaru, které lze popsat elektronovým oblakem tvaru delta funkce podle vztahu (3.15). Postupné zaoblování hlavní části waveforem pro vlnové délky 800 – 820 nm je způsobeno pozvolným pronikáním světla do objemu detektoru s absorpcí světla v celém objemu. Přesnou polohu absorpční hrany nelze naší experimentální metodou přesně určit, protože zde hraje roli nepřesnost použité vlnové délky záření, způsobená nastavením monochromátoru, která činí minimálně ± 25 nm jak ukazuje obrázek 4.6. Při prodlužování vlnových délek měříme waveformy trojúhelníkového tvaru, které lze popisovat rovnoměrně rozloženým nábojem po celém detektorem podle vztahu (3.8).

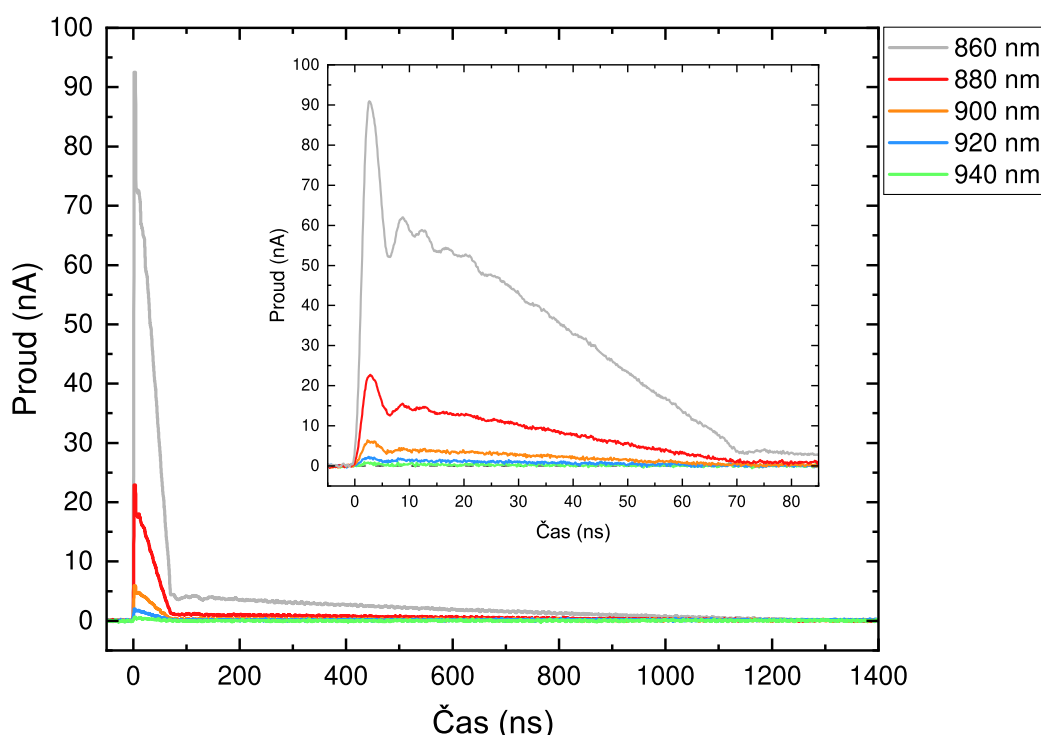
Čas průchodu elektronů zůstává $\tau_{tr} \approx 73$ ns, z čehož podle vztahu (3.12) za předpokladu konstantního elektrického pole získáme stejnou hodnotu efektivní driftové pohyblivosti elektronů jako v případě vlnových délek 630 nm – 820 nm.



Obrázek 5.5: Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.

5.1.3 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím menším než energie zakázaného pásu

Nyní budeme analyzovat tvar proudových waveforem generovaných světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím menším než je hodnota energie zakázaného pásu. V našem případě se jedná o vlnové délky větší než 840 nm. Proudové waveformy pro různé vlnové délky použitého světla jsou zobrazeny na obrázku 5.6. Zde jsme si pro detailnější rozbor vybrali vlnovou délku 860 nm, která i v rámci chyby monochromátoru již leží pouze v intervalu energií menších než je hodnota zakázaného pásu.



Obrázek 5.6: Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je menší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. **Vnitřní:** Detail obrázku 5.6 intervalu od 0 ns do 85 ns.

Napěťová závislost tvaru waveforem pro vlnovou délku 860 nm je zobrazena na obrázku 5.7. Pro přehlednější zobrazení dat byly vybrány pouze některé hodnoty napětí. Každá napěťová waveforma zobrazená na obrázku 5.7 se skládá ze dvou trojúhelníkových částí. Podle teorie z kapitoly 3.2 lze trojúhelníkový pokles popsat aproximovaným vztahem (3.8), který předpokládá téměř rovnoměrně prosvícený vzorek². Detail pomaleji klesajících trojúhelníků napěťových waveforem z obrázku 5.7 je zobrazen v horní části obrázku 5.8 a v dolní části téhož obrázku je zobrazen detail řádově rychleji klesajících trojúhelníkových waveforem opět z obrázku (5.7). Z obrázku je jasně zřetelný ostrý přechod mezi dvěma různě klesajícími trojúhelníky. Podle dat z tabulky 1.1 elektrony mají řádově větší pohyblivost

²Stále předpokládáme konstantní elektrické pole uvnitř detektoru a tedy konstantní driftovou rychlost nosičů náboje.

a tím i driftovou rychlost než díry. Proto na počátku waveforem vidíme kombinaci signálu indukovaného elektrony a zároveň dírami a druhou část indukovanou pouze dírami, protože veškeré elektrony jsou již sebrány kontaktem.

Ze všech naměřených napětí v intervalu -100 V až -600 V byly podle vztahu (3.12) dopočteny hodnoty průměrné efektivní driftové pohyblivosti jak pro elektrony, tak i pro díry.

Dobu průchodu elektronů uvažujeme jako čas zlomu mezi dvěma různě klesajícími trojúhelníky z horního části obrázku 5.8. Oproti tomu čas průchodu děr uvažujeme v momentě, kdy indukovaný proud klesne opět na nulové hodnoty. Efektivní driftová pohyblivost elektronů je tedy rovna

$$\mu_{eff}^{e860nm} = (902 \pm 42) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}, \quad (5.4)$$

kde chybu určení času průchodu odhadujeme na $\sigma_{\tau_{tr}} = 5\text{ ns}$. Získaná hodnota pohyblivosti se v rámci chyby velmi dobře shoduje s hodnotou získanou pro vlnovou délku 690 nm (5.1). A pro efektivní driftovou pohyblivost děr analogickým postupem z horní části obrázku 5.8 dostáváme

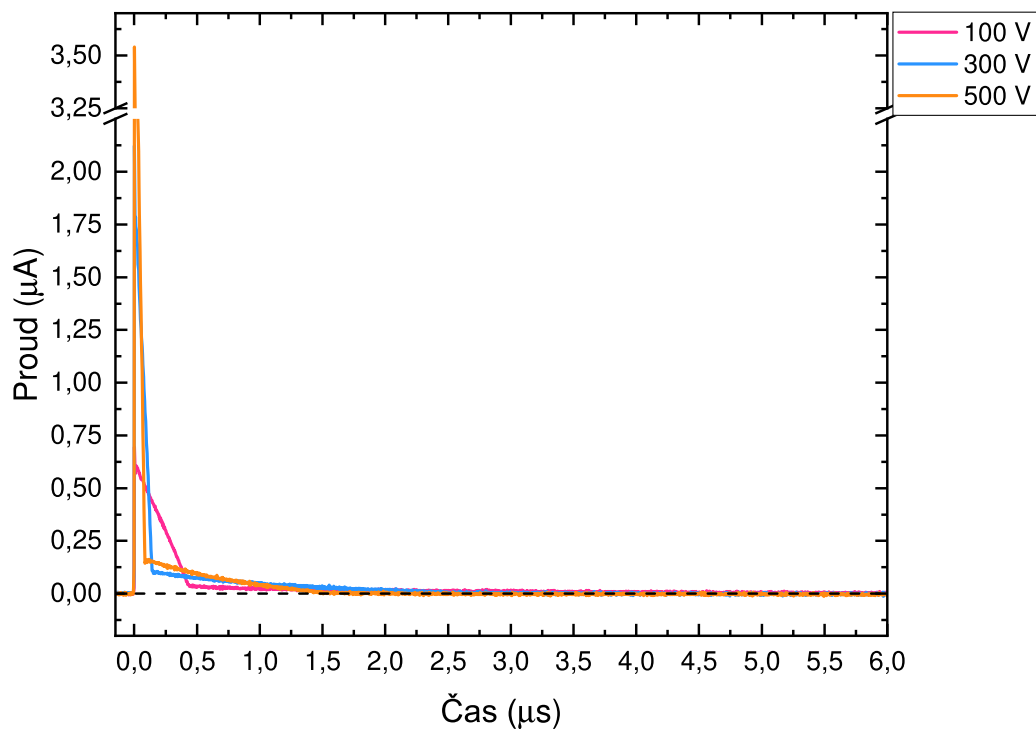
$$\mu_{eff}^{h860nm} = (50 \pm 4) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1} \quad (5.5)$$

s odhadnutou chybou určení času průchodu $\sigma_{\tau_{tr}} = 100\text{ ns}$.

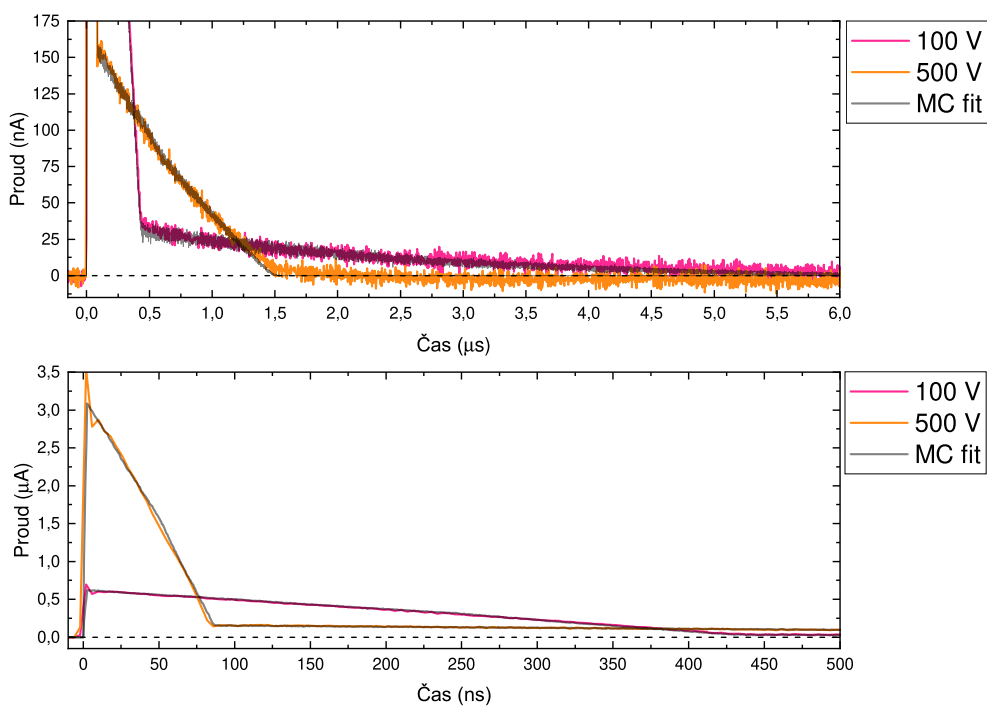
Jelikož se pohybujeme ve vlnových délkách o energiích menších než hodnota zakázaného pásu bylo by na místě určit závislost absorpčního koeficientu právě na použité vlnové délce. Z teorie rozebírané v kapitole o Urbachově hraně 1.3.4 lze absorpční koeficient popsat exponenciálním vztahem (1.5), který závisí na energii světla. Z profilu světelného svazku vystupujícího z monochromátoru pro různé požadované vlnové délky zobrazeného na obrázku 4.6 je však zřejmé, že chyba³ v určení vlnové délky o energiích menších než energie zakázaného pásu dosahuje 30 nm . Energetický rozdíl minimální a maximální vlnové délky ve světelném svazku 860 nm dosahuje hodnoty $0,1\text{ eV}$. A tedy podle koeficientu β vystupujícího ve vztahu Urbachovy hrany (1.5) se hodnota absorpčního koeficientu pro světelný svazek o vlnové délce 860 nm změní přibližně e^{11} krát⁴ na intervalu 830 nm až 860 nm ! To je hlavní důvod, proč není možné určit přesnou závislost absorpčního koeficientu na použité vlnové délce, protože bychom dosahovali neúměrně velkých chyb.

³FWHM - z anglického *Full Width at Half Maximum* vyjadřuje vzdálenost funkčních hodnot v polovině maxima dané funkce

⁴ $e^{11} \approx 160\,000$



Obrázek 5.7: Časové závislosti proudových waveforem pro různá napětí při použití vlnové délky 860 nm. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.



Obrázek 5.8: Zobrazení proudového signálu tvořeného kombinací elektronů a děr. Grafy obsahují fity metodou Monte Carlo. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. **Horní:** Proudový detail obrázku 5.7. Zde je zobrazena proudová waveforma tvořená pouze dírami. **Dolní:** Časový detail obrázku 5.7.

5.2 Transport děr

Při měření transportu děr jsme pouze přiložili kladné napětí na osvětlovanou elektrodu při použití stejných parametrů pulzování napětí.

5.2.1 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím větším než šířka zakázaného pásu

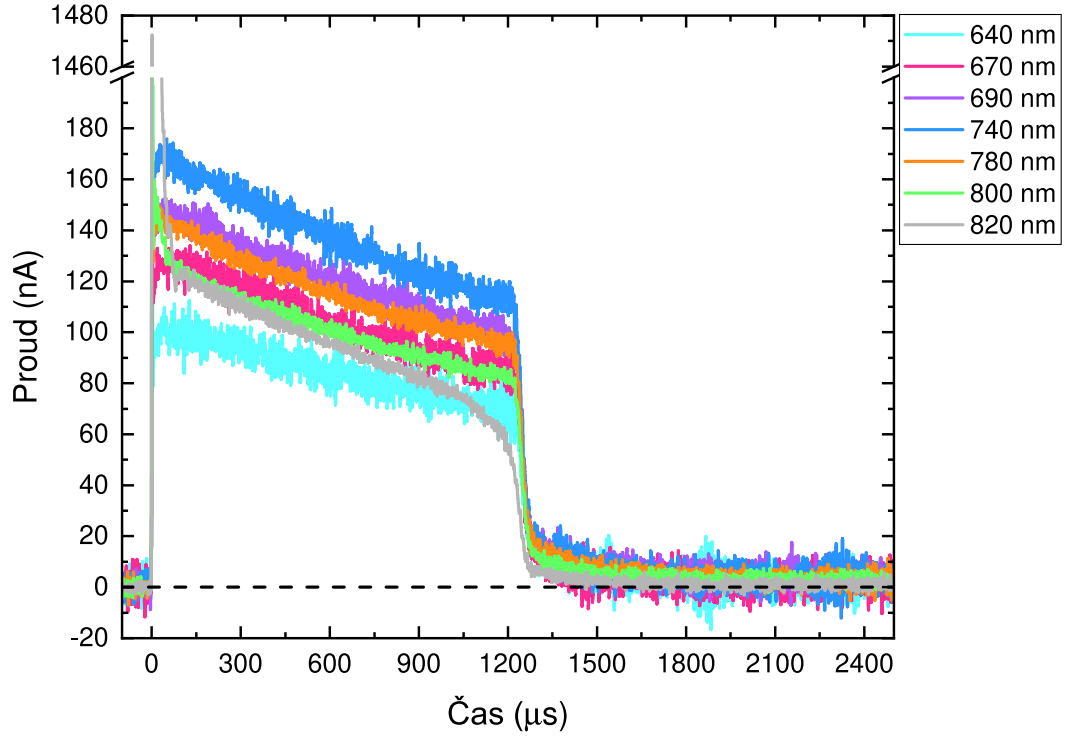
Závislost proudových waveforem na použité vlnové délce světla pro napětí 600 V je zobrazena na obrázku 5.9. Zvolili jsme vlnové délky od 640 nm do 820 nm. Opět pro přehlednost zobrazení jsou vybrány pouze některé VD, aby byl zřetelný trend waveforem se zvětšující se VD. Je zřejmé, že se zde neobjevuje odezva aparatury ve formě tlumených kmitů na začátku a na konci každé proudové waveformy, jak tomu bylo u elektronových waveforem, což je způsobeno více jak 10-krát protáhlejší časovou škálou, kde případné výkmity v řádu desítek nanosekund nebudou na škále mikrosekund pozorovatelné.

Pro detailnější rozbor opět vybíráme vlnovou délku 690 nm, jejíž energie je v rámci chyby monochromátoru dostatečně vzdálena od energie zakázaného pásu a jejíž proudová waveforma je průběhem podobná s vlnovými délkami menšími než 790 nm, jejíž energie je rovna energii zakázaného pásu. Napěťové závislosti tvaru proudových waveforem jsou ukázány na obrázku 5.10. Součástí grafu jsou také křivky reprezentující fit metodou Monte Carlo s uvažováním konečné doby života děr, konstantního elektrického pole a difúze děrového oblaku. Díry se od elektronů liší konečnou dobou života, jak je zřejmé z tvaru proudových waveforem děr pro různá napětí. Rychlý exponenciální pokles na začátku waveforem a pomalý exponenciální pokles na konci proudových waveforem je kombinací signálu od děr s jednou mělkou a jednou hlubokou pastí. Pokles s konečnou dobou života odpovídá popisu vztahem (3.17) z kapitoly 3.3. Tedy hlavní část vygenerovaných děr driftuje vzorkem ve formě děrového oblaku, který je po průchodu sebrán kontaktem. To lze pozorovat v prudkém poklesu indukovaného proudu mezi již zmíněnými exponenciálními poklesy proudu.

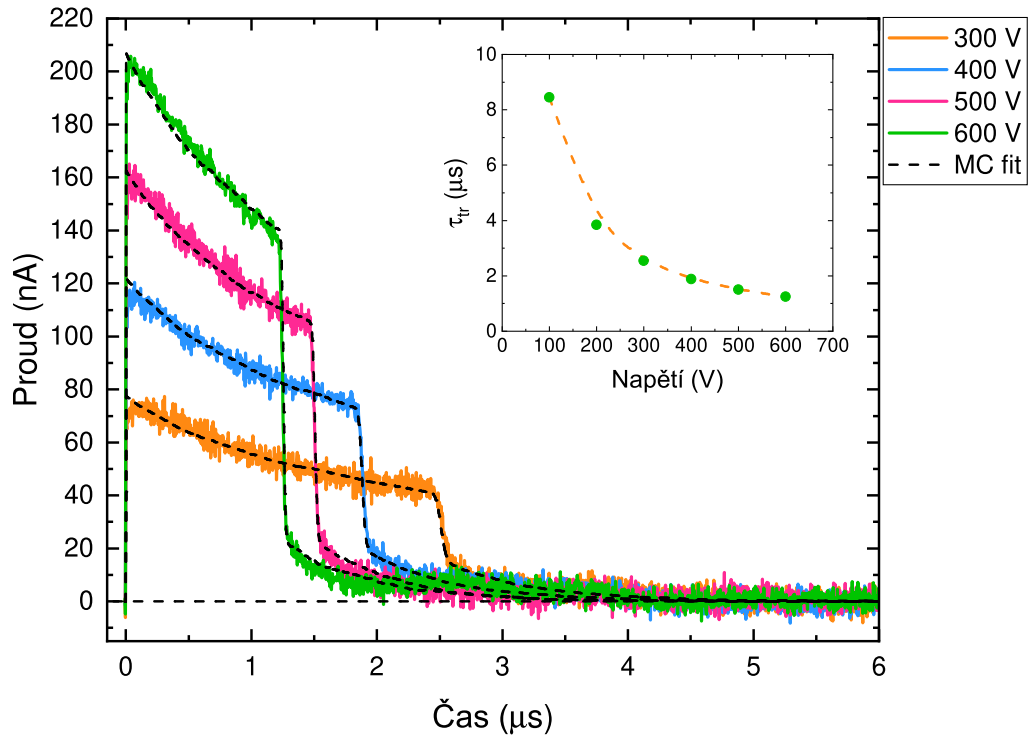
Opět předpokládáme konstantní elektrické pole a tím i konstantní střední rychlost děrového oblaku. Využitím vztahu (3.12) byla dopočtena průměrná hodnota efektivní děrové pohyblivosti

$$\mu_{eff}^{h690nm} = (50 \pm 5) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}. \quad (5.6)$$

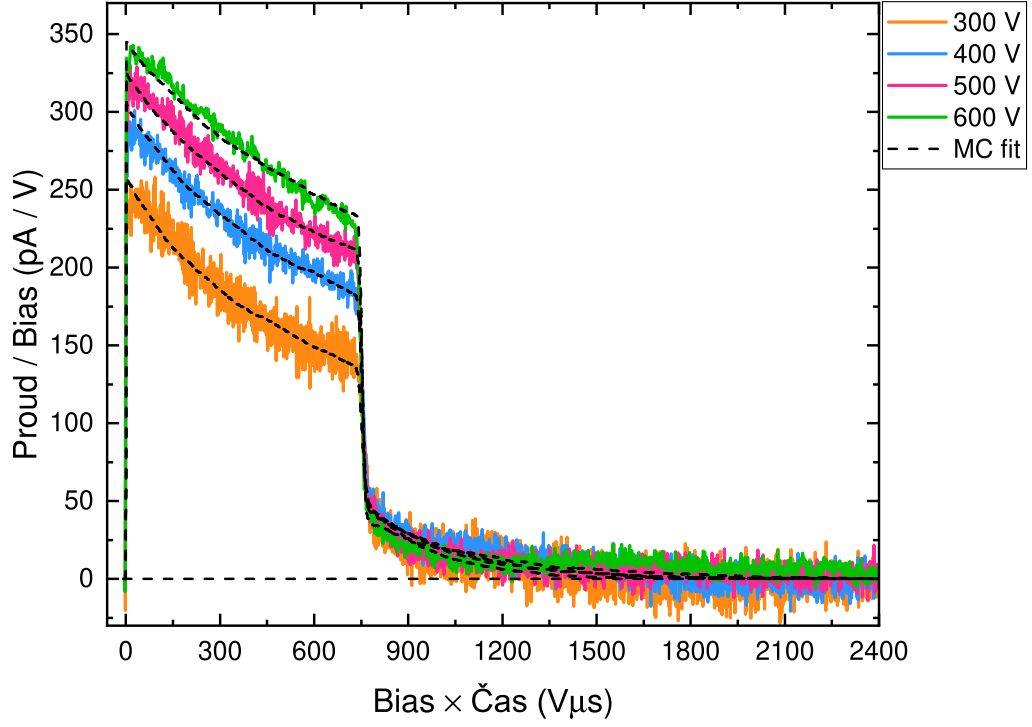
Za čas průchodu, stejně jako u elektronů, uvažujeme čas poklesu proudových waveforem. Chybu určení doby průchodu odhadujeme na $\sigma_{\tau_{tr}} = 200 \text{ ns}$. Na obrázku 5.11 vidíme waveformy zobrazené na obrázku 5.10, kde osy x a y jsou přeskálovány napětím tak, aby tvar waveformy byl nezávislý na velikosti přiloženého napětí. Je ihned zřejmé, že se jednotlivé křivky opět nepřekrývají vlivem povrchové rekombinace.



Obrázek 5.9: Závislost tvaru děrových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.



Obrázek 5.10: Závislost tvaru děrových proudových waveforem na přiloženém napětí pro vlnovou délku 690 nm. **Vnitřní:** Závislost času průchodu děr na přiloženém napětí. Přerušovaná čára reprezentuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním mělké a hluboké pasti.



Obrázek 5.11: Napěťová závislost biasových waveforem pro díry a vlnovou délkou 690 nm. Přerušovaná čára reprezentuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním mělké a hluboké pasti.

Na obrázku 5.12 je pro VD 690 nm zobrazena napěťová závislost normované první nenulové hodnoty MC fitu každé děrové waveformy podobně jako pro elektrony na obrázku 5.4. Čárkovaná čára odpovídá fitu povrchové rekombinace podle vztahu (3.32) s použitím fitovacích parametrů

$$s = (1,20 \pm 0,20) \times 10^5 \text{ cm s}^{-1} \quad (5.7)$$

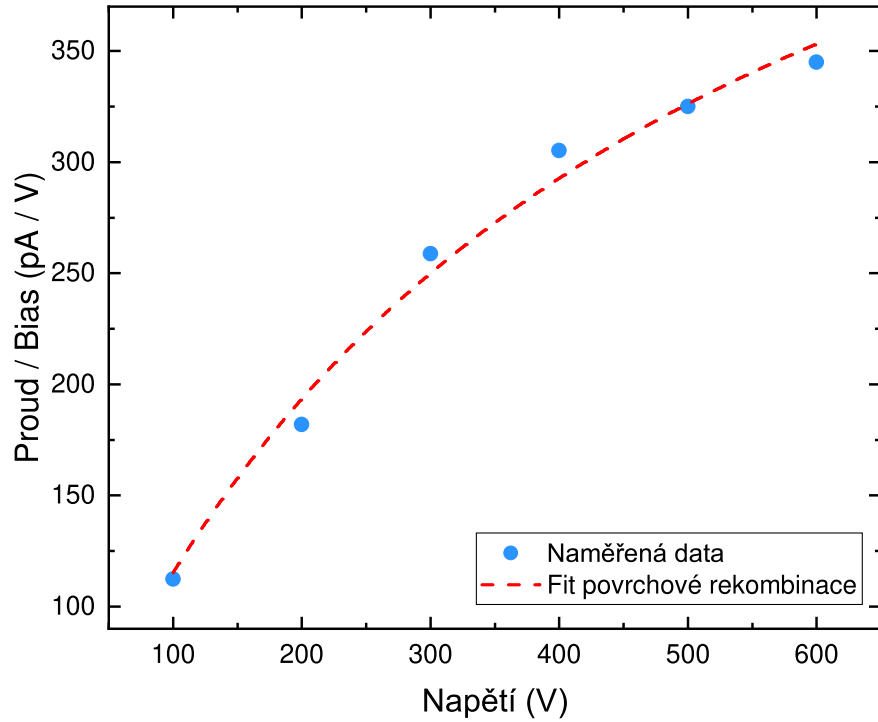
$$Q_{00} = (601 \pm 51) \text{ pA V}^{-1}. \quad (5.8)$$

Je nutné zmínit, že nedosahujeme takové přesnosti jako u povrchové rekombinace elektronů. Je to způsobeno polovičním počtem měřených napětí a také velkým zašuměním měřených dat.

Transportní vlastnosti děr v nepolarizovaném detektoru získané fitováním metodou Monte Carlo s uvážením mělké a hluboké pasti jsou uvedeny v tabulce 5.2.

Tabulka 5.2: Transportní vlastnosti děr získané MC fitem.

Parametr	díry
$\tau_{TD} [\mu\text{s}]$	20
$\tau_{DD} [\mu\text{s}]$	$\gg \tau_{tr}$
$\tau_{TS} [\mu\text{s}]$	2,7
$\tau_{DS} [\mu\text{s}]$	3

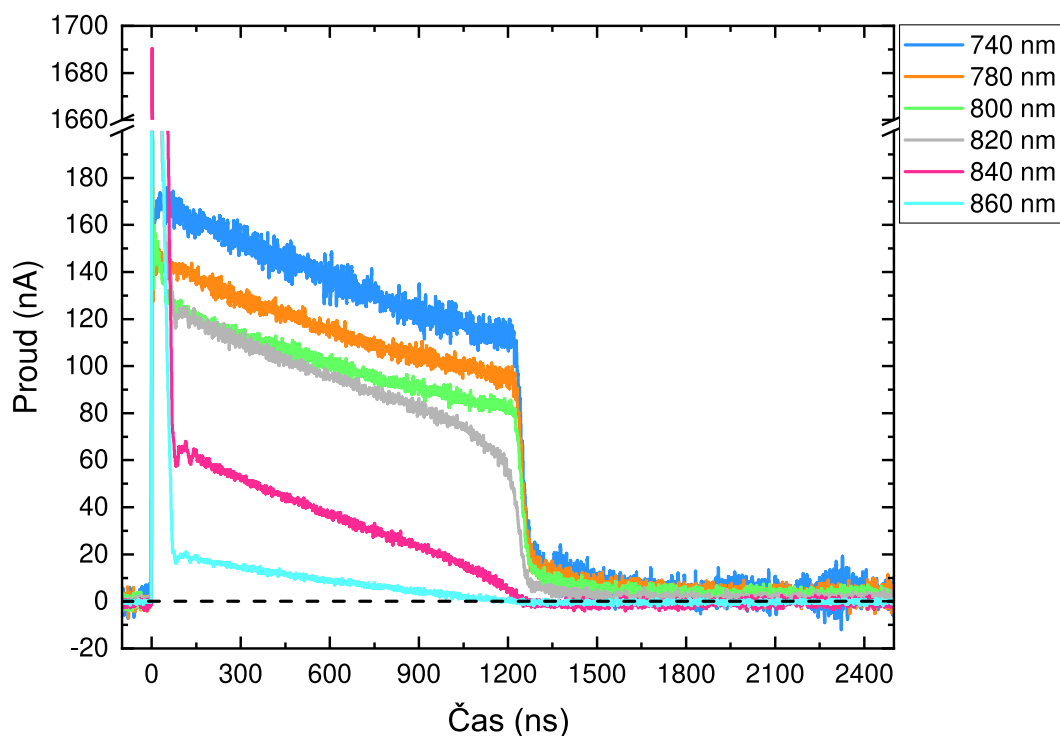


Obrázek 5.12: Napěťová závislost normovaného počátečního proudu napěťových děrových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušovaná čára zobrazuje fit vztahu povrchové rekombinace.

5.2.2 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím v okolí energie zakázaného pásu

Proudové waveformy děr v závislosti na použité vlnové délce světla jsou zobrazeny na obrázku 5.13. Nyní se pohybujeme v rozmezí 740 – 860 nm. Na tomto intervalu přecházíme z generování e-h páru u povrchu k hloubkové generaci. Nastává zde úplně analogická situace jako pro elektrony na obrázku 5.5. Tedy pro vlnové délky do 780 nm lze tvar waveformy vysvětlit driftujícím oblakem děr generovaných pod kontaktem s částečným zachytáváním na mělkých a hlubokých pastech. Následuje kombinace generace e-h páru u povrchu detektoru a ve větších hloubkách, což lze pozorovat ve vytváření elektronového trojúhelníku na začátku proudových waveforem. Tyto závislosti nelze fitovat žádnými závislostmi z teoretické části této práce. Od vlnové délky 860 nm opět dostáváme závislost tvořenou dvěma různě rychle klesajícími trojúhelníky.

Čas průchodu děr zůstává $\tau_{tr} \approx 1255$ ns, z čehož podle vztahu (3.12) za předpokladu konstantního elektrického pole získáme stejnou hodnotu efektivní driftové pohyblivosti děr jako v případě vlnových délek 630 nm – 820 nm.



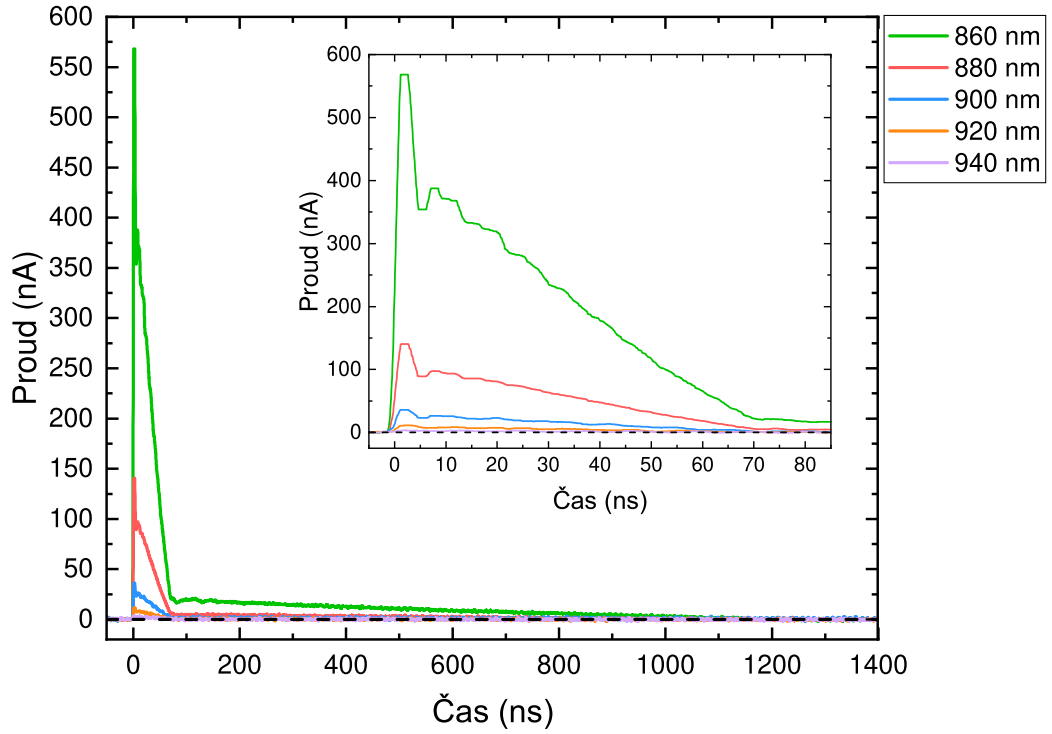
Obrázek 5.13: Závislost tvaru děrových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.

5.2.3 Generace náboje světlem o vlnových délkách odpovídajících energiím menším než energie zakázaného pásu

Dírami indukované proudové waveformy jsou pro různé vlnové délky použitého světla zobrazeny na obrázku 5.14. Na první pohled dostáváme úplně totožný obrázek jako v případě měření s opačnou polaritou pro elektrony (viz obrázek 5.6)⁵.

Pro hlubší rozbor jsme vybrali děrové proudové waveformy pro vlnovou délku 860 nm, které jsou pro různé napětí zobrazeny na obrázku 5.15. Podle překrývajících se waveforem ve vnitřním grafu na téže obrázku je zřejmé, že povrchová rekombinace pro vlnové délky o menších energiích než zakázaný pás má zanedbatelný účinek oproti světlu o větších energiích. Popis proudových waveforem je úplně analogický popisu waveforem měřených za opačného napětí v kapitole 5.1.3. Proudové waveformy se skládají ze dvou různě rychle klesajících trojúhelníků. První rychle klesající trojúhelník je kombinací signálu od elektronů a zároveň od děr. Po průchodu elektronů v detektoru zůstávají driftovat pouze díry. Detaily jednotlivých částí lze najít na obrázku 5.16. Součástí grafů jsou fity metodou Monte Carlo, která kombinuje vztahy (3.27) pro elektrony s nekonečnou dobou života a vztah (3.31) pro díry s konečnou dobou života. U děr uvažujeme možnost zachycení na mělké a hluboké pasti.

⁵Maximální velikosti elektronových a proudových waveforem se liší z důvodu různé kalibrace navázání laserového svazku do vlákna.



Obrázek 5.14: Závislost tvaru proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je menší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. **Vnitřní:** Detail obrázku 5.14 v intervalu od 0 ns do 85 ns.

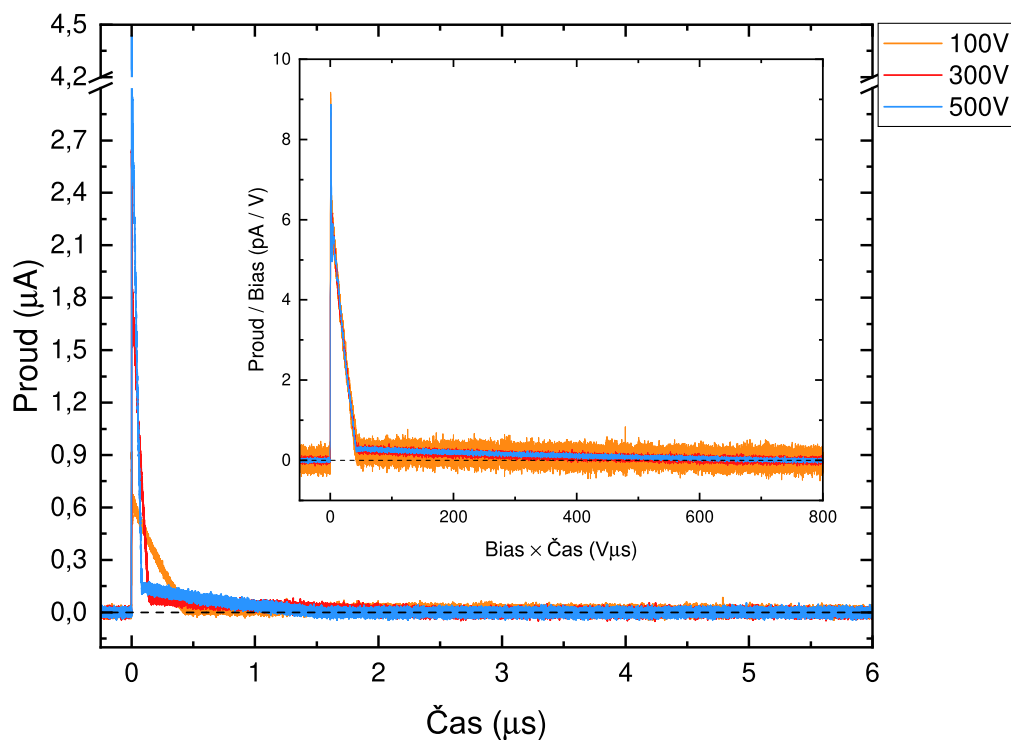
Ze všech naměřených napětí jsme podle vztahu (3.12) dopočetli průměrnou hodnotu efektivní driftové pohyblivosti elektronů s chybou určenou podle Gaussova zákona o přenosu chyb (A.7)

$$\mu_{eff}^{e860nm*} = (895 \pm 41) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}, \quad (5.9)$$

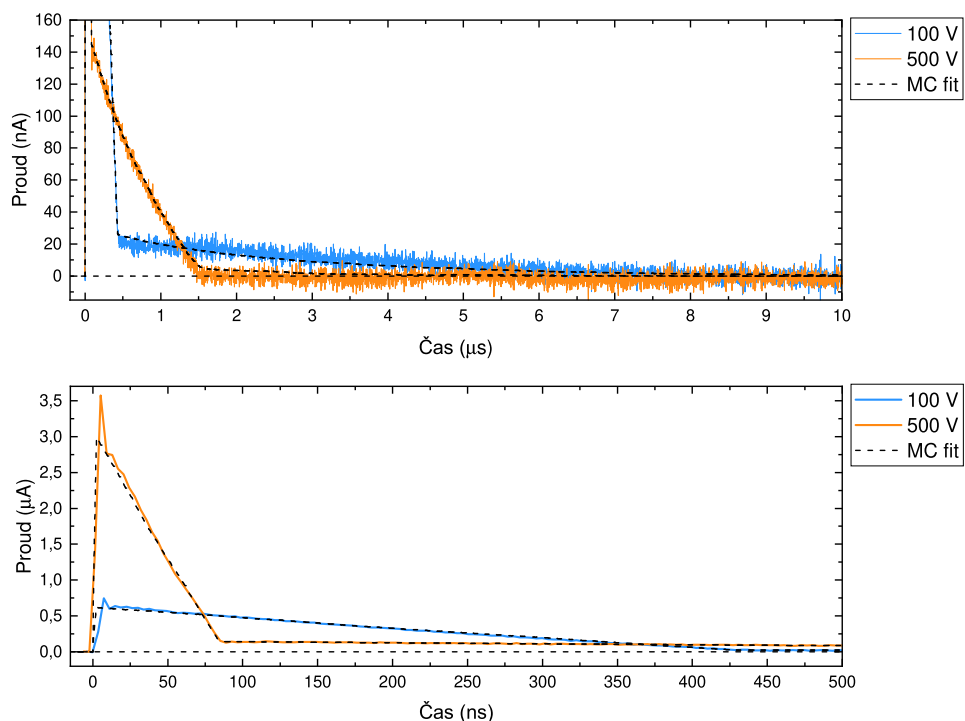
kde chybu okometrického určení času průchodu odhadujeme na $\sigma_{\tau_{tr}} = 5 \text{ ns}$. A pro driftovou pohyblivost děr máme

$$\mu_{eff}^{h860nm*} = (50 \pm 5) \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}, \quad (5.10)$$

s odhadnutou chybou $\sigma_{\tau_{tr}} = 200 \text{ ns}$. Získané hodnoty se velmi dobře shodují s hodnotami získanými v předchozích částech práce.



Obrázek 5.15: Časové závislosti proudových waveforem pro různá napětí při použití vlnové délky 860 nm. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. **Vnitřní:** Napěťová závislost biasových waveforem pro vlnovou délku 860 nm.

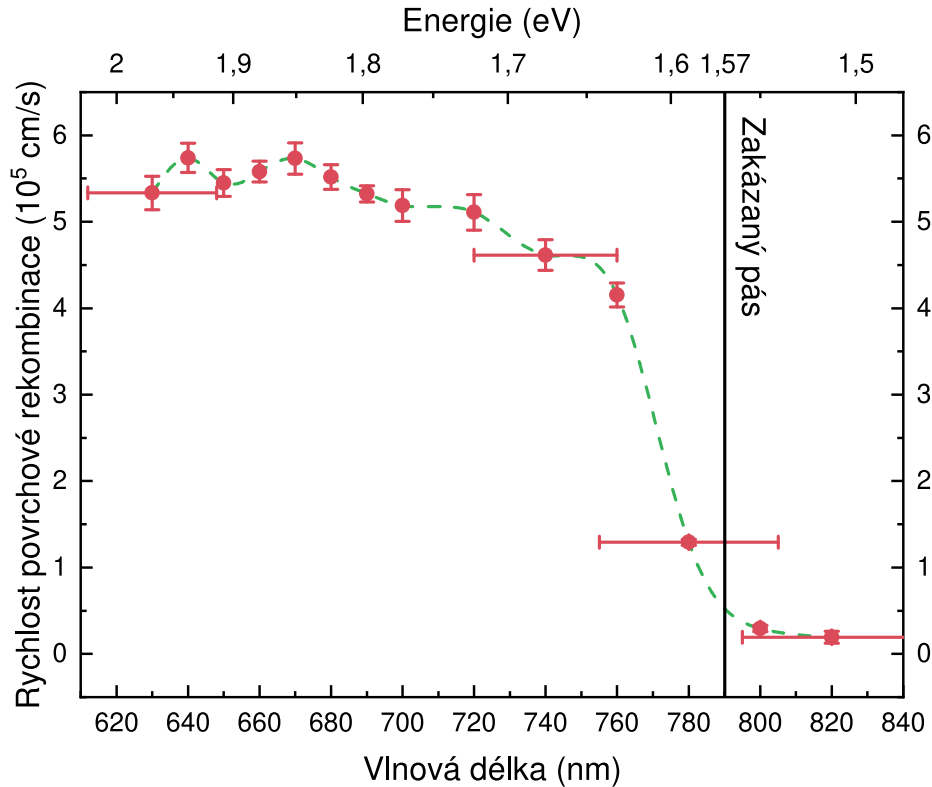


Obrázek 5.16: Zobrazení proudového signálu tvořeného kombinací elektronů a děr. Grafy obsahují fity metodou Monte Carlo. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. **Horní:** Proudový detail obrázku 5.7. Zde je zobrazena proudová waveforma tvořená pouze dírami. **Dolní:** Časový detail obrázku 5.7.

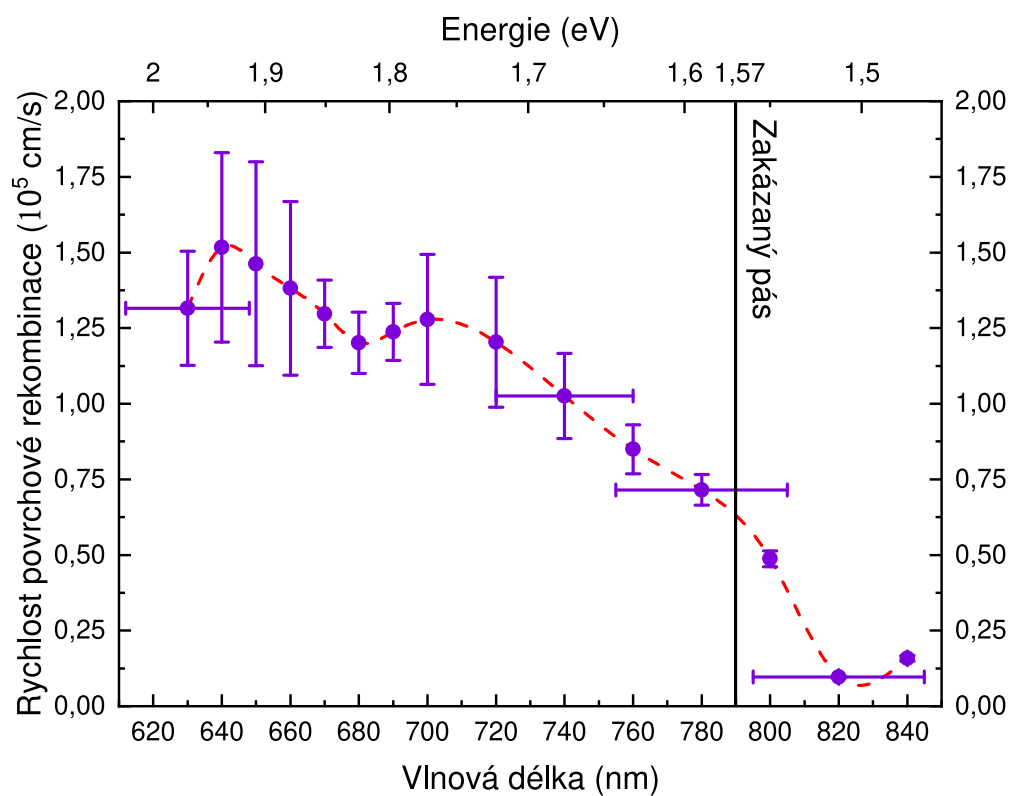
5.3 Povrchová rekombinace

Z kapitoly 3.5 vyplývá, že jedním z možných popisů povrchové rekombinace je vztah 3.32, kde hledaným parametrem je rychlost povrchové rekombinace s . Z našich měření můžeme určit závislost s na vlnové délce, $s = s(\lambda)$, kterou získáme fitováním hodnot prvotního proudu MC fitu pro jednotlivé vlnové délky vztahem 3.32. Hodnotou prvotního proudu myslíme průměrnou hodnotu proudu na začátku každé proudové waveformy pro různé hodnoty napětí. Jedná se o stejný způsob, který byl použit v kapitolách 5.1.1 nebo 5.2.1. Závislost $s = s(\lambda)$ pro elektrony a díry je zobrazena na obrázku 5.17 a 5.18, kde chybu určení rychlosti rekombinace jsme získali programem *OriginPro* jako chybu fitu. Chyba vlnové délky je brána jako šířka spektrální závislosti zobrazené na obrázku 4.6 (*Full width at half maximum*).

Lze pozorovat řádový pokles rychlosti rekombinace v okolí energie 1,6 eV, což koresponduje s hodnotou energie zakázaného pásu 1,57 eV podle [2]. Povrchovou rekombinaci lze detailně měřit na vlnových délkách 630 – 760 nm, kde díky energii fotonů dochází ke generaci elektron-děrových párů blízko pod osvětlenou elektrodou. Oproti tomu kolem energie 1,62 eV dochází k prudkému, až řádovému poklesu rychlosti povrchové rekombinace. Fotony procházejí do hloubky, kde se absorbují pouze částečně, tedy povrchová rekombinace zde nemá znatelný účinek.



Obrázek 5.17: Závislost rychlosti povrchové rekombinace elektronů na vlnové délce. Chybové úsečky pro vlnovou délku jsou pro přehlednost grafu zobrazeny pouze u několika bodů. Chyba určení vlnové délky je pro všechny body téměř totožná (viz obrázek 4.6). Zakázaný pás byl vyznačen podle [2].



Obrázek 5.18: Závislost rychlosti povrchové rekombinace děr na vlnové délce. Chybové úsečky pro vlnovou délku jsou pro přehlednost grafu zobrazeny pouze u několika bodů. Chyba určení vlnové délky je pro všechny body téměř totožná (viz obrázek 4.6). Zakázaný pás byl vyznačen podle [2].

Je zřejmé, že chyba fitu děr oproti chybě fitu elektronů dosahuje mnohem větších hodnot z důvodu měření slabších signálů indukovaných dírami.

Závěr

Tato práce se zabývala studiem transportu náboje v polovodičovém detektoru z materiálu CdZnTe. Po základním představení polovodičů a jejich vlastností jsme začali budovat teorii tvaru proudových waveforem zakládající se na drift-difúzní rovnici. Teoretické rozložení fotony generovaného náboje je budováno pro planární detektor. Uvažovali jsme případ, kdy je náboj generován u povrchu detektoru nebo ve větších hloubkách detektoru podle Lambert-Beerova zákona. Jednotlivé případy lze přiřadit absorpci vlnových délek o energiích větších, resp. menších než energie zakázaného pásu materiálu detektoru. Pro každý případ jsme uvažovali jak nekonečnou dobu života, tak konečnou dobu života nosiče náboje způsobenou možností zachycení na mělkých či hlubokých pastech. Dále jsme rozebrali možnost obecně lineárního elektrického pole uvnitř detektoru, které by mohlo mít za následek polarizaci detektoru. A na závěr teoretické části jsme diskutovali rychlost povrchové rekombinace, který může mít vliv na celkové množství indukujícího náboje.

V experimentální části jsme představili metodu L-TCT a schéma měřicí aparatury. Detailně byly diskutovány spektrální profily světla vystupujícího z monochromátoru nebo optické vlastnosti použitého laserového zdroje. Také jsme vysvětlili výběr parametrů pulzování, které nám umožnilo měřit proudové waveformy bez vzniku prostorového náboje uvnitř detektoru.

Proudové waveformy měřené na detektoru CZT v závislosti na energii světelného záření jsme rozdělili na tři podkategorie podle energie použitého světla na energie menší, větší nebo energie v okolí zakázaného pásu CZT. Na každou sekci byly aplikovány závislosti z teoretické části. Každá změřená proudová waveforma byla fitována metodou Monte Carlo.

V případě proudových waveforem pro vlnové délky o energiích větších než energie zakázaného pásu CZT se náboj tvoří u povrchu detektoru. Významnou roli zde hraje povrchová rekombinace, která vyplynula z nepřekrývajících se proudových waveforem. Indukovaný proud lze popsat driftem nábojové hustoty tvaru delta funkce.

V okolí energií zakázaného pásu CZT dochází ke kombinaci jevu indukování proudu nábojem tvořeného pouze u povrchu a zároveň nábojem generovaného ve větších hloubkách. Vzhledem k chybě výběru vlnové délky činící přibližně ± 20 nm nelze proudové waveformy na tomto intervalu vlnových délek fitovat žádným vztahem z teoretické části této práce.

Pro energie světla menší než je energie zakázaného pásu dochází k absorpci ve větších hloubkách popsané Lambert-Beerovým zákonem. V dostatečné vzdálenosti použité energie od energie zakázaného pásu dochází k prosvícení celého detektoru a tedy pouze k částečné absorpci původního laserového pulzu. Povrchová rekombinace zde má zanedbatelný účinek. Indukovaný proud lze popsat driftem nábojové hustoty o konstantní hodnotě. Tedy náboj je generován rovnoměrně po celé délce detektoru.

Ve všech případech byly dopočítány hodnoty efektivní driftové pohyblivosti jak pro elektrony tak pro díry. Hodnoty z efektivních driftových pohyblivostí z každého intervalu vlnových délek se v rámci chyby rovnají a jsou rovny přibližné hodnotě pro elektrony $\mu_{eff}^e \approx 895 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ a pro díry $\mu_{eff}^h \approx 50 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Hlavním výsledkem předložené práce je spočtení závislosti rychlosti povrchové rekombinace pro elektrony a díry v závislosti na vlnové délce. Tato závislost nebyla podle našich znalostí ještě nikdy publikována. Pro oba typy nosičů jsme dostali stejné profily křivek. Pro vlnové délky o energiích větších než energie zakázaného pásu se rychlost povrchové rekombinace elektronů pohybuje v řádu $5 \times 10^5 \text{ cm s}^{-1}$ a pro díry $1 \times 10^5 \text{ cm s}^{-1}$. Pro vlnové délky menší než je energie zakázaného pásu je rychlost povrchové rekombinace zanedbatelná.

Seznam použité literatury

- [1] NREL. Cadmium telluride solar cells. Available from: <https://www.nrel.gov/pv/cadmium-telluride-solar-cells.html>, 2020. [online].
- [2] B.D. Milbrath, A.J. Peurrung, M. Bliss, and W.J. Weber. Radiation detector materials: An overview. *Journal of Materials Research*, 23(10):2561–2581, 2008.
- [3] J. F. Butler, C. L. Lingren, and F. P. Doty. $Cd_{1-x}Zn_xTe$ gamma ray detectors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 39(4):605–609, 1992.
- [4] O. Limousin. New trends in cdte and cdznte detectors for x- and gamma-ray applications. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 504(1):24 – 37, 2003. Proceedings of the 3rd International Conference on New Developments in Photodetection.
- [5] Matthew David Wilson, Robert Cernik, Henry Chen, Conny Hansson, Kris Iniewski, Lawrence L. Jones, Paul Seller, and Matthew C. Veale. Small pixel czt detector for hard x-ray spectroscopy. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 652(1):158 – 161, 2011. Symposium on Radiation Measurements and Applications (SORMA) XII 2010.
- [6] C. Szeles. Advances in the crystal growth and device fabrication technology of cdznte room temperature radiation detectors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 51(3):1242–1249, 2004.
- [7] P. Malý. *Optika*. Druhé vydání. Karolinum, Praha, 2013. ISBN: 978-80-246-2246-0.
- [8] E. Belas a P. Moravec. Polovodičové detektory záření. Dostupné z: <http://fu.mff.cuni.cz/semicond/files/courses/Belasdetekce.pdf>, 2011. [online].
- [9] J. T. Mullins, J. Carles, and A. W. Brinkman. High temperature optical properties of cadmium telluride. *Journal of Applied Physics*, 81(9):6374–6379, 1997.
- [10] E. Belas, Š. Uxa, R. Grill, P. Hlíděk, L. Šedivý, and M. Bugár. High temperature optical absorption edge of cdte single crystal. *Journal of Applied Physics*, 116(10):103521, 2014.
- [11] B. Sedlák a I. Štoll. *Elektrina a magnetismus*. Třetí vydání. Karolinum, Praha, 2012. ISBN: 978-80-246-2198-2.
- [12] S. Ramo. Currents induced by electron motion. *Proceedings of the IRE*, 27(9):584–585, 1939.
- [13] J. Pekárek. Detektory rtg a gama záření na bázi polovodiče $CdTe/CdZnTe$. Master’s thesis, Univerzita Karlova, 2015.

- [14] J. Pipek. Charge transport in semiconducting radiation detectors. diploma thesis, Charles University, 2018.
- [15] Alan Owens and A. Peacock. Compound semiconductor radiation detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 531(1):18 – 37, 2004. Proceedings of the 5th International Workshop on Radiation Imaging Detectors.
- [16] J. Franc a P. Höschl. Fyzika polovodičů pro optoelektroniku i. Dostupné z: <http://fu.mff.cuni.cz/semicond/media/files/courses/skriptum3FP0EI.pdf>, 2014. [online].
- [17] G. Bertolini a A. Coche. *Semiconductor Detectors*. Elsevier Science, 1968. ISBN: 978-0-444-10142-6.
- [18] L. Reggiani. *Hot-Electron Transport in Semiconductors*, volume 58 of *Topics in Applied Physics*. Springer Berlin Heidelberg, 1. edition, 1985. ISBN: 978-3662309353.
- [19] Ch. Honsberg a S. Bowden. Photon flux. Available from: <https://www.pveducation.org/pvcdrom/properties-of-sunlight/photon-flux>, 2020. [online].
- [20] R. Grill, E. Belas, J. Franc, M. Bugar, Š. Uxa, P. Moravec, and P. Hoschl. Polarization study of defect structure of cdte radiation detectors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 58(6):3172–3181, 2011.
- [21] R. Matz and M. Weidner. Charge collection efficiency and space charge formation in cdte gamma and x-ray detectors. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 406(2):287 – 298, 1998.
- [22] A. Levi, M. M. Schieber, and Z. Burshtein. Carrier surface recombination in hgi2 photon detectors. *Journal of Applied Physics*, 54(5):2472–2476, 1983.
- [23] K. Suzuki, T. Sawada, and K. Imai. Effect of dc bias field on the time-of-flight current waveforms of cdte and cdznte detectors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 58(4):1958–1963, 2011.
- [24] P. Praus, E. Belas, J. Bok, R. Grill, and J. Pekárek. Laser induced transient current pulse shape formation in (cdzn)te detectors. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 63(1):246–251, 2016.
- [25] J. English. *Úvod do praktické fyziky I*. MatfyzPress, 2006.

Seznam obrázků

1.1	Spektrum elektromagnetického záření. Převzato z [7].	4
1.2	Pásový model pro kov, polovodič a izolant. E_F je hodnota Fermiho energie a E_g energie zakázaného pásu.	5
1.3	Schema fotoelektronové emise z kovu (a), resp. polovodiče (b). Převzato z [8].	6
1.4	Schéma vnitřního fotoefektu polovodičů pomocí energetických hladin. Převzato z [8].	7
1.5	Schéma profilu absorpčního koeficientu blízko energie zakázaného pásu E_g zahrnující energii E_{FX} pro vytvoření e-h páru a Coulombickou interakci mezi vytvořeným elektronem a dírou o energii 10 meV. Je použita logaritmická škála. Převzato z [10]. (Anglicky)	8
1.6	Sfaleritová krystalická struktura. Převzato z [13].	9
2.1	Schéma planárního polovodičového detektoru z pohledu kolmo na kontakty.	11
2.2	Možné tvary proudové odezvy náboje vytvořeného u povrchu detektoru získané metodou ToF: (a) bez záchytných center; (b) se záchytnými centry bez možnosti uvolnění; (c) s možností zachycení a uvolnění s časy τ_T , τ_D mnohem menšími než čas τ_{tr} . Převzato z [18]. (Anglicky)	14
2.3	Schéma energetických hladin mělké a hluboké pasti. E_C je energie vodivostního pásu. E_V značí energii valenčního pásu. Proces zachycení a zpětného uvolnění náboje z vodivostního pásu na mělké, resp. hluboké pasti charakterizovaný časy záchytu τ_{TS} , τ_{TD} a časem uvolnění τ_{DS} , τ_{DD} . Uvolnění náboje z hluboké pasti není povoleno. Převzato z [14]. (Anglicky)	15
3.1	Levý: Prostorové rozložení náboje v detektoru o délce L v závislosti na relativní hodnotě absorpčního koeficientu α . Normováno na počáteční hodnotu hustoty náboje. Pravý: Časová závislost indukovaného proudu tvořeného nábojem z levého obrázku na relativní hodnotě absorpčního koeficientu α	17
3.2	Levý: Prostorové rozdělení fotonáboje tvaru delta funkce. Pravý: Časová závislost indukovaného proudu tvořeného nábojem tvaru delta funkce z levého obrázku.	19
3.3	Levý: Prostorová závislost rozdělení fotogenerovaného náboje tvaru delta funkce pro různé doby života τ . Pravý: Závislost indukovaného proudu nábojem tvaru delta funkce z levého obrázku pro různé hodnoty doby života τ	20
3.4	Schéma profilu vnitřního elektrického pole polarizovaného detektoru. Překresleno z [20].	21
3.5	Levý: Prostorová závislost rozdělení foto-generovaného náboje elektronů v detektoru o délce L . Pravý: Závislost indukovaného proudu tvořeného konstantním nábojem elektrony z levého obrázku. . . .	22

3.6	Schéma časové závislosti indukovaného proudu tvořeného rovnoměrným nábojem pro různé relativní hodnoty doby života náboje.	23
3.7	Poměr náboje, který nezanikne při povrchové rekombinaci v závislosti na velikosti intenzity elektrického pole uvnitř detektoru pro různé hodnoty rychlosti povrchové rekombinace.	24
4.1	Principiální schéma L-TCT.	25
4.2	Schéma pulzování laseru a napětí U . Překresleno z [14].	26
4.3	Schéma aparatury na měření L-TCT.	27
4.4	Závislost integrálního výkonu a přepočteného fotonového toku laserového svazku vystupujícího z monochromátoru na vlnové délce pro frekvenci laseru 1 kHz.	28
4.5	Závislost výstupního výkonu pro vlnovou délku 900 nm a 1200 nm na opakovací frekvenci laseru.	28
4.6	Spektrální profily jednotlivých vlnových délek vystupujících z monochromátoru. Normováno na přibližnou hodnotu počtu detekcí vlnové délky 400 nm.	29
4.7	Horní: Proudová odezva laserového svazku snímaného ultrarychlou fotodiodou, dále napětového pulzu externího napětového zdroje a proudu mezi kontakty detektoru. Parametry pulzování jsou $T_p = 110 \mu s$ a $T_0 = 150 \mu s$. Dolní: Detail horního obrázku v intervalu od -150 ns do 250 ns. Jsou použity libovolné proudové jednotky.	31
4.8	Závislost tvaru proudových waveforem na zpoždění laserového svazku T_p . Čárkované čáry představují fit metodou Monte Carlo uvažující lineární závislost elektrického pole uvnitř detektoru s parametrem a vystupující ve vztahu (3.18).	32
4.9	Planární detektor CZT přilepený hranou k měřicí podložce.	32
5.1	Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je větší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.	35
5.2	Napětová závislost tvaru elektronových proudových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Vnitřní: Doba průchodu elektronů v závislosti na napětí. Přerušovaná čára vyznačuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním nekonečné doby života elektronů a difúze elektronového oblaku.	36
5.3	Napětová závislost elektronových biasových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušované čáry značí fit metodou Monte Carlo s uvažováním nekonečné doby života elektronů a difúze elektronového oblaku.	37
5.4	Napětová závislost normovaného počátečního proudu napětových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušovaná čára zobrazuje fit vztahu povrchové rekombinace (3.7).	37
5.5	Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.	38

5.6	Závislost tvaru elektronových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je menší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech -600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. Vnitřní: Detail obrázku 5.6 intervalu od 0 ns do 85 ns.	39
5.7	Časové závislosti proudových waveforem pro různá napětí při použití vlnové délky 860 nm. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.	41
5.8	Zobrazení proudového signálu tvořeného kombinací elektronů a děr. Grafy obsahují fity metodou Monte Carlo. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. Horní: Proudový detail obrázku 5.7. Zde je zobrazena proudová waveforma tvořená pouze dírami. Dolní: Časový detail obrázku 5.7.	41
5.9	Závislost tvaru děrových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.	43
5.10	Závislost tvaru děrových proudových waveforem na přiloženém napětí pro vlnovou délku 690 nm. Vnitřní: Závislost času průchodu děr na přiloženém napětí. Přerušovaná čára reprezentuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním mělké a hluboké pasti.	43
5.11	Napěťová závislost biasových waveforem pro díry a vlnovou délku 690 nm. Přerušovaná čára reprezentuje fit metodou Monte Carlo s uvažováním mělké a hluboké pasti.	44
5.12	Napěťová závislost normovaného počátečního proudu napěťových děrových waveforem pro vlnovou délku 690 nm. Přerušovaná čára zobrazuje fit vztahu povrchové rekombinace.	45
5.13	Závislost tvaru děrových proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení. Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud.	46
5.14	Závislost tvaru proudových waveforem na použité vlnové délce osvětlení (energie světla je menší než šířka zakázaného pásu). Napětí na kontaktech je 600 V. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. Vnitřní: Detail obrázku 5.14 v intervalu od 0 ns do 85 ns. .	47
5.15	Časové závislosti proudových waveforem pro různá napětí při použití vlnové délky 860 nm. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. Vnitřní: Napěťová závislost biasových waveforem pro vlnovou délku 860 nm.	48
5.16	Zobrazení proudového signálu tvořeného kombinací elektronů a děr. Grafy obsahují fity metodou Monte Carlo. Přerušovaná čára vyznačuje nulový proud. Horní: Proudový detail obrázku 5.7. Zde je zobrazena proudová waveforma tvořená pouze dírami. Dolní: Časový detail obrázku 5.7.	48
5.17	Závislost rychlosti povrchové rekombinace elektronů na vlnové délce. Chybové úsečky pro vlnovou délku jsou pro přehlednost grafu zobrazeny pouze u několika bodů. Chyba určení vlnové délky je pro všechny body téměř totožná (viz obrázek 4.6). Zakázaný pás byl vyznačen podle [2].	49

5.18	Závislost rychlosti povrchové rekombinace děr na vlnové délce. Chybové úsečky pro vlnovou délku jsou pro přehlednost grafu zobrazeny pouze u několika bodů. Chyba určení vlnové délky je pro všechny body téměř totožná (viz obrázek 4.6). Zakázaný pás byl vyznačen podle [2].	50
------	---	----

Seznam tabulek

1.1	Základní chemicko-fyzikální a specifické optoelektronické vlastnosti materiálů použitelných pro výrobu γ a rtg detektorů pracujících za pokojové teploty. Převzato z [15].	10
4.1	Technické parametry použitých optických vláken. Převzato z dokumentů výrobce.	30
5.1	Transportní vlastnosti elektronů získané MC fitem.	36
5.2	Transportní vlastnosti děr získané MC fitem.	44

Seznam použitých zkratek

PWF	Proudová waveforma
VD	Vlnová délka
CdTe	Telurid kademnatý
CZT	Telurid zinečnato-kademnatý
CdZnTe	Telurid zinečnato-kademnatý
HgCdTe	Telurid kademnato-rtuťnatý
Si	Křemík
L-TCT	Laser-induced Transient Current Technique
E	Energie
E_F	Fermiho energie
E_g	Energie zakázaného pásu
E_0	Energie vakua
E_C	Energie vodivostního pásu
E_V	Energie valenčního pásu
E_{FX}	Energie vytvoření elektron-děrového páru
h	Planckova konstanta
k_B	Boltzmannova konstanta
c	Rychlost světla
λ	Vlnová délka
ν	Frekvence
α	Absorpční koeficient
β	Koeficient změny energie Urbachovy hrany
v	Okamžitá rychlost
v_{th}	Termální rychlost volných nosičů náboje
i	Okamžitý proud
I	Proud
.....	Intenzita světla

W	Výstupní práce
χ	Afinita polovodiče
e-h pár	Elektron-děrový pár
τ	Doba mezi srážkami elektronů s atomy
τ_{tr}	Doba průchodu náboje detektorem (<i>Transit time</i>)
μ_d	Driftová pohyblivost
μ_{eff}	Efektivní driftová pohyblivost
μ_{eff}^e	Efektivní driftová pohyblivost elektronů
μ_{eff}^h	Efektivní driftová pohyblivost děr
μ_{de}	Driftová pohyblivost elektronů
μ_{dh}	Driftová pohyblivost děr
v_{de}	Driftová rychlost elektronů
v_{dh}	Driftová rychlost děr
m_e^*	Efektivní hmotnost elektronů
s	Rychlost povrchové rekombinace
n	Koncentrace elektronů
e	Elementární náboj
$\mathbf{E}$	Vektor elektrické intenzity
E	Velikost vektoru elektrické intenzity
a	Parametr náklonu elektrické intenzity uvnitř detektoru
$\mathbf{j}$	Celková proudová hustota
$\mathbf{j}_e$	Proudová hustota elektronů
$\mathbf{j}_h$	Proudová hustota děr
G_n	Změna koncentrace v důsledku generace náboje
R_n	Změna koncentrace v důsledku rekombinace náboje
T	Absolutní teplota
D_e	Difúzní koeficient
K	Katoda
A	Anoda

t	Čas
L	Délka detektoru
U	Napětí
τ_T	Trapping time
τ_D	Detrapping time
N_T	Hustota zachytávacích center
N_C	Efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu
σ_c	Účinný průřez záchytu nosiče náboje
τ_{TS}	Trapping time mělké pasti (<i>Shallow trap</i>)
τ_{DS}	Detrapping time mělké pasti (<i>Shallow trap</i>)
τ_{TD}	Trapping time hluboké pasti (<i>Deep trap</i>)
τ_{DD}	Detrapping time hluboké pasti (<i>Deep trap</i>)
T	Perioda pulzu
T_p	Šířka napětového pulzu
T_p	Zpoždění laserového pulzu po zapnutí napětového pulzu
Φ	Fotonový tok
δ	Delta funkce
$\tilde{Q}$	Nábojová hustota
Q	Náboj
Q_Σ	Celkový fotogenerovaný náboj
Q_Λ	Aktivní náboj
Q_Υ	Sebraný náboj

A. Přílohy

A.1 Maxwellovy rovnice

Elementární zákony makroskopické teorie elektromagnetického pole formulované Jamesem C. Maxwellem v roce 1865 lze podle [11] sepsat v diferenciálním tvaru

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},\end{aligned}\tag{A.1}$$

resp. v integrálním tvaru

$$\begin{aligned}\int_{\partial\Omega} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} &= \int_{\Omega} \rho dV \\ \int_{\partial\Omega} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \int_{\partial\Sigma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= I + \int_{\Sigma} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ \int_{\partial\Sigma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= - \int_{\Sigma} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S},\end{aligned}\tag{A.2}$$

kde $\mathbf{E}$ je vektor intenzity elektrického pole, $\mathbf{B}$ je vektor magnetické indukce, ρ je hustota volného proudu, $\mathbf{j}$ je hustota volných proudů a I je proud (například proudící ve smyčce). Integrace probíhají přes objemovou oblast Ω a její hranici $\partial\Omega$. A dále přes plochu v prostoru Σ a její hranici $\partial\Sigma$.

A.2 Matematický aparát

V této části zdefinujeme potřebný matematický formalismus pro budování komplexních teoretických popisů a ucelenosti této práce. Jako první definujeme všeobecně známou distribuci a to Diracovu delta δ předpisem

$$\delta(x) \equiv \begin{cases} +\infty, & \text{pro } x = 0, \\ 0, & \text{pro } x \neq 0. \end{cases}\tag{A.3}$$

s integrální vlastností

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1, \text{ resp. } \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0).\tag{A.4}$$

Dále definujeme, opět všeobecně přijatou funkci a to Heavisideovu, někdy též známou pod jednotkovým skokem. Označme jí θ s distributivní definicí z delta funkce

$$(H(x)) = \Theta(x) \equiv \int_{-\infty}^x \delta(s) ds = \begin{cases} 0, & \text{pro } x < 0, \\ \frac{1}{2}, & \text{pro } x = 0, \\ 1, & \text{pro } x > 0. \end{cases}\tag{A.5}$$

Jedná se však o jednu z používaných konvencí. Pro naše potřeby je výhodnější uvažovat

$$\Theta(x) \equiv \begin{cases} 0, & \text{pro } x < 0, \\ 1, & \text{pro } x \leq 0. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Chyba veličiny g vypočtená z N naměřených veličin x_i je podle metody o přenosu chyb [25] rovna

$$\sigma_g = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2} \sigma_{x_i}, \quad (\text{A.7})$$

kde σ_{x_i} je chyba jednotlivé veličiny.

A.3 Důkaz odlišnosti sebraného a indukujícího náboje

Nyní pečlivě odvodíme vztah mezi množstvím vygenerovaného fotonáboje a sebraným nábojem. Uvažujme foto-náboj pohybující se stejnou rychlostí v . Na první pohled by se mohlo zdát, že by se velikosti těchto nábojů měly rovnat. Ale jak ukáže následující věta, tak tomu tak není. Celá konstrukce bez újmy na obecnosti neuvažuje díry. Tedy veškerý náboj a proud je tvořen pouze elektrony. Pro díry platí analogické vztahy s převrácením souřadné osy. Aditivnost proudu plyne ze základní aditivity elektrického náboje a Maxwellových rovnic [11].

Definice 1 (nábojová hustota). *Definujeme nábojovou hustotu $\tilde{Q}$ jako nezápornou reálnou funkci rozdělení náboje v planárním detektoru mezi elektrodami na intervalu $(0, L)$, pro kterou platí*

$$dQ = \tilde{Q} dx. \quad (\text{A.8})$$

Definice 2 (celkový foto-generovaný náboj). *Definujeme celkový zářením vygenerovaný náboj Q_Σ elektronů mezi elektrodami vzdálenými od sebe L jako*

$$Q_\Sigma = \int_0^L \tilde{Q}(x) dx, \quad (\text{A.9})$$

kde $\tilde{Q}(x)$ je prostorová hustota elektronů.

Definice 3 (sebraný náboj). *Definujeme sebraný náboj Q_Υ z měřeného indukovaného proudu $I(t)$ jako*

$$Q_\Upsilon = \int_0^{\tau_{tr}} I(t) dt, \quad (\text{A.10})$$

kde τ_{tr} je celkový čas průchodu fotonáboje detektorem.

Definice 4 (aktivní náboj). *Pro případ, kdy se všechny elektrony pohybují stejnou rychlostí v k anodě, definujeme aktivní náboj jako množství náboje podléajícího se na indukovaném proudu, neboli*

$$Q_\Lambda(t) = \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx \quad (\text{A.11})$$

Lemma 1 (indukovaný proud). *S využitím Shockley-Ramova teoremu (2.10) pro k anodě stejnou rychlostí pohybující se elektrony můžeme psát indukovaný proud*

$$I(t) = \frac{Q_\Lambda(t)v}{L} = \frac{v}{L} \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx. \quad (\text{A.12})$$

Lemma 2. *Pro výše zmíněné definice platí mezi celkovým fotogenerovaným nábojem elektronů Q_Σ a sebraným nábojem Q_Υ tento vztah*

$$Q_\Sigma = \frac{L}{L - \frac{\int_0^L x\tilde{Q}(x)dx}{\int_0^L \tilde{Q}(x)dx}} Q_\Upsilon. \quad (\text{A.13})$$

Důkaz. Vyjdeme ze zřejmé identity

$$\int_0^L \int_0^l \tilde{Q}(x) dx dl = \int_0^L \int_0^{L-s} \tilde{Q}(x) dx ds \quad (\text{A.14})$$

Levá strana: Využijeme triku přičtení chytré nuly, přeskupením a využitím integrační metody *per partes*

$$\begin{aligned} \int_0^L \int_0^l \tilde{Q}(x) dx dl &= \int_0^L \int_0^l \tilde{Q}(x) dx dl + L \int_0^L \tilde{Q}(x) dx - L \int_0^L \tilde{Q}(x) dx = \\ &= L \int_0^L \tilde{Q}(x) dx - \left\{ L \int_0^L \tilde{Q}(x) dx - \int_0^L \int_0^l \tilde{Q}(x) dx dl \right\} = \\ &= L \int_0^L \tilde{Q}(x) dx - \left\{ \int_0^L x\tilde{Q}(x) dx \right\} = \\ &= \int_0^L \tilde{Q}(x) dx \left(L - \frac{\int_0^L x\tilde{Q}(x) dx}{\int_0^L \tilde{Q}(x) dx} \right) \end{aligned}$$

vytknutím celkového foto-generovaného náboje dostáváme finální tvar levé strany.

Pravá strana: Zde na vnější integrál aplikujeme substituci

$$\begin{aligned} \int_0^L \int_0^{L-s} \tilde{Q}(x) dx ds &= \left| \begin{array}{l} ds = v dt \\ s = vt \\ L = v\tau_{tr} \end{array} \right| = \int_0^{\tau_{tr}} \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx v dt = \\ &= v \int_0^{\tau_{tr}} \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx dt. \end{aligned}$$

Porovnáním výsledků **levé** a **pravé** strany dostáváme

$$\int_0^L \tilde{Q}(x) dx \left(L - \frac{\int_0^L x\tilde{Q}(x) dx}{\int_0^L \tilde{Q}(x) dx} \right) = v \int_0^{\tau_{tr}} \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx dt. \quad (\text{A.15})$$

Přenesení závorky na pravou stranu a přenásobením chytrou jedničkou délky L obdržíme

$$\int_0^L \tilde{Q}(x) dx = \frac{L}{\left(L - \frac{\int_0^L x\tilde{Q}(x) dx}{\int_0^L \tilde{Q}(x) dx} \right)} \int_0^{\tau_{tr}} \frac{v}{L} \int_0^{L-vt} \tilde{Q}(x) dx dt \quad (\text{A.16})$$

a s využitím definic a lemmatu uvedených výše dostaneme tížené

$$Q_{\Sigma} = \frac{L}{L - \frac{\int_0^L x \tilde{Q}(x) dx}{\int_0^L \tilde{Q}(x) dx}} Q_{\mathcal{I}}. \quad (\text{A.17})$$

□

Věta 3. *Platí následující rovnost*

$$\int_0^{\tau_{tr}} I(t) dt = \int_0^L \frac{L-x}{L} \tilde{Q}(x) dx. \quad (\text{A.18})$$

Důkaz. Plyne z přepsání lemmatu (2) pomocí definice sebraného náboje (A.9).

□