

SLEZSKÁ UNIVERZITA V OPAVĚ  
FILOZOFICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

**Počítačová simulace vlivu Poynting-Robertsonova  
efektu na pohyb částic v tenkých akrečních discích  
neutronových hvězd**

*Bc. Debora Lančová*



*Školitel: RNDr. Pavel Bakala, Ph.D.*

Opava 2016



# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Historické pozadí</b>	<b>7</b>
2.1	Poynting-Robertsonův efekt . . . . .	7
2.1.1	Poyntingův efekt . . . . .	8
2.1.2	Robertsonovo rozšíření . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Poynting-Robertsonův efekt v režimu silné gravitace</b>	<b>10</b>
3.1	Pohybové rovnice . . . . .	10
3.2	Rovnovážný statický poloměr . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Akreující binární systémy s neutronovou hvězdou</b>	<b>14</b>
4.1	Neutronové hvězdy . . . . .	14
4.2	Binární systémy . . . . .	16
4.3	Akreční disk . . . . .	17
4.4	X-ray burstery . . . . .	18
4.5	Eddingtonova limita . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Počítačová simulace</b>	<b>20</b>
5.1	Model akrečního disku . . . . .	21
5.1.1	Konstantní počet částic v disku . . . . .	21
5.1.2	Konstantní akreční tok částic do disku . . . . .	22
5.2	Výsledek simulace . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Softwarová implementace</b>	<b>25</b>
6.1	Vstupní parametry . . . . .	25
6.2	Popis algoritmu . . . . .	25
6.3	Použité datové typy, paralelizace a optimalizace výpočtu . . . . .	26
6.4	Výstupní data . . . . .	28
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>29</b>
7.1	Diskuze dosažených výsledků . . . . .	29
7.2	Plány budoucího výzkumu . . . . .	30



## Abstrakt

Vytvořili jsme paralelizovaný počítačový kód, který numericky integruje obecně relativistické trajektorie velkého množství hmotných částic pohybujících se v extrémních gravitačních polích neutronových hvězd a navíc negeodeticky ovlivňovaných tlakem záření. Numerická simulace umožňuje modelovat změny hustoty, optických vlastností i dalších parametrů tenkých akrečních disků, které jsou ovlivňovány změnami luminozity centrálního hvězdného objektu. Pro popis vlivu tlaku záření byly použity matematický formalismus obecně relativistické varianty Poynting-Robertsonova efektu. Získané výsledky by měly přispět k přesnějšímu pochopení akrečních procesů v blízkosti relativisticky kompaktních objektů, jako jsou neutronové hvězdy a černé díry a proto i k přesnějšímu modelování a interpretaci vyzařování AGN (Active Galactic Nuclei), mikrokvazarů a LMXBs (Low Mass X-ray binaries).

## 1 Úvod

V těsných binárních hvězdných systémech obsahujících černou díru nebo neutronovou hvězdu a standardnějšího binárního partnera, kterým může být hvězda hlavní posloupnosti, červený obr nebo i bílý trpaslík, dochází k akreci hmoty na relativisticky kompaktní složku. Akreovaná hmota ztrácí potenciální a kinetickou energii, která je vyzařována ve formě rentgenového záření. Obecně se předpokládá, že proces akrece vytváří kolem černých děr nebo kompaktních hvězd (neutronových hvězd, kvarkových hvězd, bílých trpaslíků) tenké disky nebo kapalinové toroidální struktury, které jsou zdrojem silného rentgenového záření. Binární systémy s neutronovou hvězdou se označují jako LMXBs (*Low Mass X-ray Binaries*). Díky přítomnosti silných gravitačních polí, orbitálního pohybu zářící hmoty a silné emise záření jsou rentgenové binární systémy přirozenými relativistickými laboratořemi umožňujícími výzkum prostředí silné gravitace.

Ve spektrech Fourierovy analýzy časové variability intenzity záření rentgenových binárních systémů jsou přítomny výrazné modulační píky, takzvané kvazi-periodické oscilace (QPOs). Binární systémy s černými děrami vykazují vysokofrekvenční (HF) QPO v řádech stovek hertzů, pro lehčí neutronové hvězdy jsou pozorovány modulační frekvence přesahující i 1 kilohertz. Toto inverzní škálování modulačních frekvencí vůči odhadovaným hmotnostem zdrojů gravitačního pole, které kvalitativně velmi dobře odpovídá chování keplerovských orbitálních rychlostí v těsné blízkosti nejnižší možné kruhové orbity vymezující předpokládaný vnitřní okraj tenkých akrečních disků, je velmi silným argumentem pro ztotožnění frekvencí HF QPO s frekvencemi orbitálního pohybu. Dále jsou překvapující velmi častá pozorování dvojic současně detekovaných vysokofrekvenčních píků

(twin peaks QPOs) s poměry frekvencí velmi blízko poměrům malých celých čísel (nejčastěji 3:2), která mohou naznačovat přítomnost blíže neurčených rezonančních mechanismů [9].

Existují dvě základní třídy teoretických modelů snažících se objasnit vznik QPOs na základě orbitálního pohybu zářící akreované hmoty. První z nich vysvětluje vznik QPO píků pomocí kinematické modulace záření horkých skvrn (hot spots) na excentrických orbitách v akrečním disku. Hodnoty i poměry frekvencí spojených s orbitálním pohybem v silné gravitaci jsou velmi určeny vlastnostmi a parametry prostoročasové geometrie, primárně hmotností centrálního hvězdného objektu a mírou jeho rotace – spinem. Druhá třída modelů vysvětluje vznik QPO píků pomocí oscilací a deformací celých akrečních disků nebo orbitujících kapalinových torů. Frekvence a poměry frekvencí různých oscilačních módů velmi citlivě reagují na nastavení parametrů geometrie prostoročasu. Modifikace obecně relativistického popisu časoprostorové geometrie proto mohou velmi výrazně změnit tvar fourierovských spekter vytvořených orbitálními modely QPOs [1, 2, 16].

V současnosti neexistuje všeobecně přijímaný a nekontroverzní model vzniku QPOs, který by popsal všechny aspekty observačních dat. Přesto dílčí úspěchy existujících orbitálních modelů opravňují k naději, že i přes nutnost zahrnout komplexní vliv mnoha faktorů je možno zkonstruovat úplný a korektní orbitální model vzniku QPO, který umožní interpretovat fourierovská spektra rentgenové variability akreujících binárních systémů jako přímý otisk geometrie prostoročasu. Takový model by poskytl astrofyzice nový nástroj pro testování obecné teorie relativity v režimu silného pole a navíc i umožnil měřit hmotnosti a spiny černých děr a neutronových hvězd [17]. Je ale nutno podotknout, že orbitální pohyb i samotná struktura horkých skvrn, disků či torů jsou v komplikovaném a bouřlivém prostředí okolí černých děr a neutronových hvězd ovlivňovány mnoha dalšími a mnohdy obtížně kvantifikovatelnými vlivy, kterými mohou být například interakce s extrémně silnými elektromagnetickými poli neutronových hvězd, vizkózní síly v discích, tlak záření či slapové působení binárních průvodců. V této práci jsme se věnovali analýze vlivu tlaku záření na pohyb částic v tenkých akrečních discích.

Cílem této práce je vytvoření počítačové simulace chování tenkého akrečního disku v extrémním gravitačním poli neutronové hvězdy s využitím obecně relativistických pohybových rovnic hmotných částic zahrnujících vliv Poyting-Robertsonova efektu [5]. Hlavním výsledkem simulace je video zobrazující chování tenkého akrečního disku při termionukleárním X-ray burstu, tedy prudkém zvýšení luminozity neutronové hvězdy způsobeném pádem akreujícího materiálu na její povrch. Materiál akrečního disku je aproximován nekoherentním prachem, v simulaci tedy zanedbáváme vzájemné srážky částic a rozptyl fotonů v materiálu disku. Časová škála průběhu změn luminozity astrofyzikálně realistického modelu

termonukleárního X-ray burstu, je podstatně větší než časová škála na které částice ovlivněné tlakem záření setrvávají v disku. Nutnou komponentou simulace je proto i stabilní akreční tok částic přitékajících do disku.

První část práce je věnována stručnému přehledu teorie a historického pozadí fyziky použité v popisu simulace. Kapitola se věnuje klasickému i relativistickému popisu Poyntingova, resp. Poynting-Robertsonova efektu. V další části jsou podány základní informace o neutronových hvězdách, binárních systémech, procesech spojených s tvorbou akrečních disků i o termonukleárních X-ray burstech.

V další části je diskutována konstrukce počítačové simulace, nastavení vstupních parametrů i získané výsledky. Cílem simulace bylo zjistit, jak záření centrálního objektu ovlivňuje chování a strukturu tenkého akrečního disku. Počáteční podmínky byly zvoleny takové, aby co nejvíce odpovídaly skutečnému binárnímu systému typu LMXB (*Low-Mass X-ray Binary*), u kterého dochází k termonukleárním X-ray burstům, a pro který známe hmotnost obou složek i jejich separaci.

V následující kapitole je popisována softwarová implementace modelu tenkého akrečního disku ovlivňovaného tlakem záření v simulačním kódu *PR\_Trajectories*. Kód je napsán v jazyce C++ s využitím technik paralelního a objektového programování. Kapitola podrobněji diskutuje samotný zdrojový text simulačního software, použité numerické metody a jednotlivé implementované funkce včetně popisu technik paralelizace a optimalizace. Dále je v kapitole obsažen i popis nejdůležitějších výstupů kódu, mezi které patří video zachycující vývoj akrečního disku v průběhu X-ray burstu, profil akrečního toku a s časem se měnící distribuce hmoty v disku.

Konečně závěr práce je věnován stručnému shrnutí a diskuzi získaných výsledků i možnému pokračování výzkumu.

## 2 Historické pozadí

### 2.1 Poynting-Robertsonův efekt

Poynting-Robertsonův efekt popisuje změnu hybnosti malého tělesa v gravitačním poli vlivem tlaku záření emitovaného centrálním zdrojem gravitačního pole – hvězdným objektem. Tlak záření může působit jako odporová síla proti směru pohybu tělesa. Dostatečně malé tělesa však díky tlaku záření mohou uniknout z gravitačního pole hvězdy. Pokud však je těleso větší, ztráta hybnosti způsobí, že se jeho orbita k hvězdě přibližuje a pohyb tělesa skončí v takové vzdálenosti od hvězdy, na které dojde k vyrovnání gravitační atrakce a tlaku záření, rovnovážném statickém poloměru [5].

Velikost částic, pro které je tento jev relevantní, signifikantně záleží na vlastnostech centrálního objektu – na jeho hmotnosti a intenzitě vyzařování, a také na

hustotě částic. Pro částice obíhající Slunce ve stejné vzdálenosti jako Země jsou to částice prachu o velikosti  $1 \mu\text{m}$  do  $1 \text{mm}$ , větší částice se pravděpodobněji srazí s jinými a vliv záření má na jejich pohyb zanedbatelný vliv [15].

Poynting-Robertsonův efekt lze analyzovat jak v soustavě spojené s pohybující se částicí, tak i ve vztažném systému centrálního objektu (obrázek 1). Ve vztažné soustavě spojené s pohybující se částicí (obrázek 1a) můžeme pozorovat aberaci přicházejícího záření, kde aberační úhel je velmi malý, pokud se částice pohybuje rychlostí malou oproti rychlosti světla, avšak i při menších rychlostech tato odchylka způsobuje, že tlak záření působí proti pohybu částice a ta ztrácí hybnost.

Ve vztažné soustavě spojené s pozorovatelem na centrálním objektu (obrázek 1b) působí tlak záření kolmo na rychlost částice a nezpůsobuje změnu hybnosti. Avšak těleso absorbuje přijaté záření a poté jej emituje zpět. Zatímco v soustavě pohybující se částice je záření izotropní, v soustavě centrálního objektu neizotropní vyzařování působí proti směru pohybu částice.

V roce 1903 jako první popsal tento jev J. H. Poynting pomocí klasické mechaniky a Newtonovy teorie gravitace. Později, v roce 1937, na jeho práci navázal H. P. Robertson – vytvořil nové pohybové rovnice založené na newtonovské gravitaci a speciálně relativistické dynamice. Obecně relativistické rovnice byly formulovány v roce 2009 [5]. Pro obecnější případ, radiální pole s nenulovým specifickým momentem hybnosti, byly obecně relativistické pohybové rovnice publikovány v roce 2011 [6]. Právě tyto rovnice jsme použili pro vytvoření simulace.

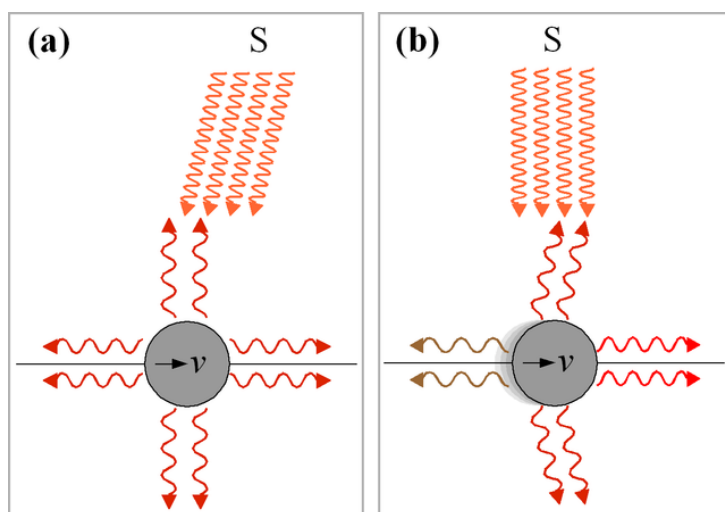
### 2.1.1 Poyntingův efekt

John Henry Poynting (1852–1914) se zabýval vlivem záření na pohyb těles ve Sluneční soustavě. Ve své práci [13] zkoumal důsledky absorpce a re-emise záření prachovými částicemi obíhajícími kolem Slunce. Nejdůležitějším závěrem byl vliv odporové síly způsobujícího postupnou ztrátu hybnosti tělesa. Poynting tuto sílu připisoval působení mezi částicemi a éterem, ačkoli nejspíše sám nebyl zcela přesvědčen o jeho existenci. V práci několikrát zmiňuje, že éter je jen jedna z možností interakce záření a prostředí [13].

Síla způsobující změnu rychlosti částice je podle Poyntinga úměrná  $\frac{1}{3} \frac{Rv}{c^2}$ , kde  $R$  je konstanta odpovídající vlastnostem záření,  $v$  je orbitální rychlost a  $c$  rychlost světla (v původním článku (červen 1903) je  $F = \frac{8}{3} \frac{Rv}{c^2}$ , korekce byla vydána v prosinci téhož roku). Tento vztah byl dále modifikován J. Larmorem do tvaru  $F = \frac{Rv}{c^2}$ , který vycházel z klasické teorie elektromagnetismu [15].

Podle Poyntingovy teorie takto ztrácí hybnost všechna tělesa, která vyzařují elektromagnetické záření (tedy mají teplotu vyšší než 0 K). Těleso pohybující se prázdňím vesmírem by se proto neustále ochlazovalo a tak ztrácelo rychlost. Po-





Obrázek 1: Poynting-Robertsonův efekt, (a) ve vztažné soustavě pozorovatele souputujícího s částicí, (b) ve vztažné soustavě spojené s centrálním objektem. (Michael Schmid, CC BY-SA 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=384986>)

kud přičítáme změnu hybnosti interakci s éterem, dávala by tato myšlenka smysl, je však v rozporu se základními postuláty teorie relativity. Larmor předpokládal, že tato síla ovlivňuje pouze radiální složku hybnosti, což ale nevysvětluje ztrátu momentu hybnosti [15].

### 2.1.2 Robertsonovo rozšíření

Relativistickou teorii Poyntingova jevu zpracoval Howard P. Robertson (1903–1961) v roce 1937. Zkoumal pohyb malé sférické částice v radiálním poli, která absorbuje a opět emituje veškeré záření, které na ní dopadá. Nejprve sestavil pohybové rovnice v soustavě spojené s částicí a poté je přetransformoval do soustavy spojené s centrálním objektem. Robertson našel nejen relativistické rovnice, ale také jejich klasickou podobu (1) vhodnou pro použití např. pro komety nebo prach ve Sluneční soustavě. Řešením klasických pohybových rovnic jsou Besselovy funkce [15]:

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + \frac{a}{H} \frac{du}{d\theta} + u = \frac{\mu}{H^2}, \quad (1)$$

kde  $u = \frac{1}{r}$ , ( $r$  je radiální souřadnice tělesa v soustavě se středem ve Slunci),  $\theta$  je azimutální souřadnice,  $a$  poloměr částice,  $H$  moment hybnosti tělesa a  $\mu$  reprezentuje sílu působící na těleso – jedná se o kombinaci působení gravitace a tlaku

záření,  $\mu \sim \frac{GM}{ac}$  ( $G$  je gravitační konstanta,  $M$  hmotnost Slunce a  $c$  rychlost světla ve vakuu) [15].

## 3 Poynting-Robertsonův efekt v režimu silné gravitace

### 3.1 Pohybové rovnice

Pro popis procesů v extrémně silných gravitačních polích v okolí černých a neutronových hvězd newtonovská mechanika zcela selhává a je nezbytné použít podstatně komplexnější aparát obecné teorie relativity, která je většinou současné fyzikální komunity konsensuálně přijímána jako nejuplněnější nekvantová teorie gravitačního pole. První obecně relativistické pohybové rovnice pro částice ovlivňované Poynting-Robertsonovým efektem byly publikovány v roce 2008 [5] a pro radiační pole s nenulovým specifickým momentem hybnosti  $b$  byly zobecněny v roce 2011 [6]. Rovnice jsou formulovány na pozadí axiálně symetrického gravitačního pole popsaného Kerrovou metrikou. Element prostorčasového intervalu Kerrové metriky parametrizovaný specifickým momentem hybnosti (spinem)  $a$  lze s použitím geometrických jednotek ( $c = G = M = 1$ ) zapsat v Boyer-Lindquistových souřadnicích ve tvaru

$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{2r}{\Sigma} \right) dt^2 - \frac{4ra}{\Sigma} \sin^2 \theta dt d\varphi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left( r^2 + a^2 + \frac{2ra^2 \sin^2 \theta}{\Sigma} \right) \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2)$$

kde  $\Sigma \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta$  a  $\Delta \equiv r^2 - 2r + a^2$  [11, 10]. Kerrova metrika odpovídá finálnímu stádiu gravitačního kolapsu masivní rotující hvězdy do černé díry, může však také velmi dobře aproximovat prostorčas v okolí rotující neutronové hvězdy [17]. Rovnice pohybu částic ovlivňovaných tlakem záření jsou formulovány v lokálním vztažném systému ZAMO pozorovatele<sup>1</sup> a nabývají tvaru [6]

$$\frac{d\nu}{d\tau} = - \frac{\sin \alpha}{\gamma} \left[ a(n)^{\hat{r}} + 2\nu \cos \alpha \theta(n)^{\hat{\phi}} \right] + \frac{A(1 + bN^\phi)}{N^2 \sqrt{g_{\theta\theta} g_{\phi\phi}} \sin \beta} [\cos(\alpha - \beta) - \nu] [1 - \nu \cos(\alpha - \beta)], \quad (3)$$

<sup>1</sup>ZAMO (*Zero Angular Momentum Observers*) pozorovatelé jsou azimutálně volně strhávání rotací prostorčasu, ale zachovávají si konstantní radiální souřadnici. Jejich úhlová frekvence je tedy rovna úhlové frekvenci strhávání souřadných systémů (Lense-Thringově frekvenci) a je nutně odlišné od Keplerovské. Přirozeně se proto nejedná o inerciální pozorovatele [3].

Tabulka 1: Metrické koeficienty a kinematické veličiny vyjádřené v ekvatoriální rovině Kerrovy metriky pro ZAMO pozorovatele [6]

Veličina	Hodnota pro ZAMO pozorovatele
$N = (-g^{tt})^{-1/2}$	$\sqrt{\frac{r\Delta}{r^3 + a^2r + 2a^2M}}$
$N^\phi = \frac{N_\phi}{g_{\phi\phi}}$	$\frac{-2aM}{r^3 + a^2r + 2a^2M}$
$N_\phi = g_{t\phi}$	$\frac{-2aM}{r}$
$g_{rr}$	$\frac{r^2}{\Delta}$
$g_{\phi\phi}$	$\frac{r^3 + a^2r + 2a^2M}{r}$
$a(n)^{\hat{r}}$	$\frac{M[(r^2 + a^2)^2 - 4a^2Mr]}{r^2\sqrt{\Delta}(r^3 + a^2r + 2a^2M)}$
$\theta(n)^{\hat{r}\hat{\phi}}$	$\frac{-aM(3r^2 + a^2)}{r^2(r^3 + a^2r + 2a^2M)}$
$k_{(lie)}(n)^{\hat{r}}$	$\frac{-\sqrt{\Delta}(r^2 + a^2M)}{r^2(r^3 + a^2r + 2a^2M)}$
$\nu_{(s)}, \nu_{\pm}$	$-\frac{2aM}{r\sqrt{\Delta}}, \frac{r^2 + a^2 \mp 2a\sqrt{Mr}}{\sqrt{\Delta}(a \pm r\sqrt{\frac{r}{M}})}$

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = -\frac{\gamma \cos \alpha}{\nu} \left[ a(n)^{\hat{r}} + 2\nu \cos \alpha \theta(n)^{\hat{\phi}} + \nu^2 k_{(lie)}(n)^{\hat{r}} \right] + \frac{A(1 + bN^\phi) [1 - \nu \cos(\alpha - \beta)]}{\nu N^2 \sqrt{g_{\theta\theta} g_{\phi\phi}} |\sin \beta|} \sin(\alpha - \beta), \quad (4)$$

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{\gamma \nu \sin \alpha}{\sqrt{g_{rr}}}, \quad (5)$$

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \frac{\gamma}{\sqrt{g_{\phi\phi}}} (\nu \cos \alpha - \nu_{(s)}). \quad (6)$$

Klíčové veličiny a substituce vystupující v rovnicích shrnuje tabulka 1<sup>2</sup>. Jedná se o soustavu čtyř diferenciálních rovnic, které je nutno řešit vzhledem k rychlosti  $\nu(U, n)$  částice, směru rychlosti  $\alpha$ , radiální souřadnici částice  $r$  a azimutální souřadnici  $\phi$ . Radiální a azimutální ZAMO komponenty rychlosti  $\nu(U, n)$  lze přirozeně získat projekcí na osy lokálního vztažného systému, kterou je možno zapsat s použitím směru rychlosti  $\alpha$  ve formě

$$\nu(U, n) \equiv \nu^{\hat{r}} e_{\hat{r}} + \nu^{\hat{\phi}} e_{\hat{\phi}} = \nu \sin \alpha e_{\hat{r}} + \nu \cos \alpha e_{\hat{\phi}}. \quad (7)$$

Vliv radiačního pole na pohyb je v rovnicích parametrizován luminozitou centrálního objektu  $A$  udávanou v jednotkách Eddingtonovy limity  $L_{Edd}$ , specifickým momentem hybnosti radiačního pole  $b$  (viz obrázek 2) a parametrem  $\beta$  udávajícím směr toku fotonů o energii  $E$  [6]. Parametry radiačního pole jsou svázány relací

$$\cos \beta = \frac{bE}{\sqrt{g_{\phi\phi}} E(n)}. \quad (8)$$

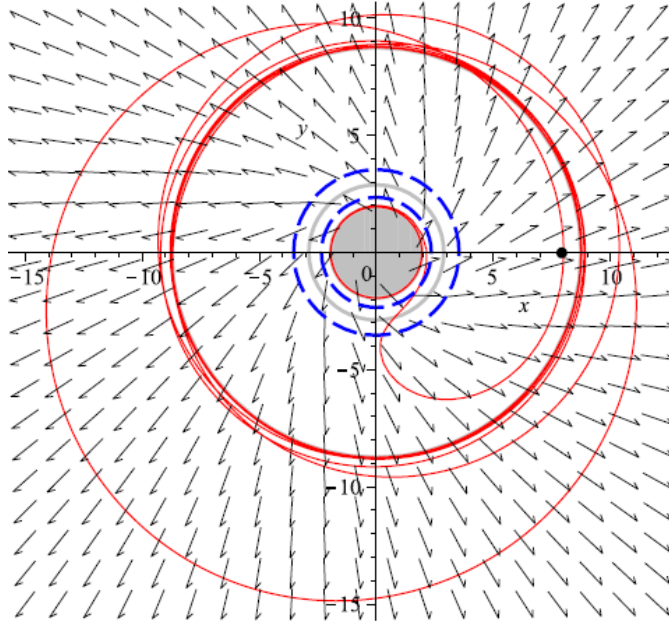
V rovnicích dále vystupuje vlastní čas částice  $\tau$ , čtyřrychlost ZAMO pozorovatele  $n$  a Lorentzův faktor  $\gamma(U, n) = \frac{1}{\sqrt{1 - \|\nu(U, n)\|^2}}$ . Čtyřrychlost  $U$  testovací částice pohybující se v ekvatoriální rovině je svázána s rychlostí  $\nu(U, n)$  a čtyřrychlostí ZAMO pozorovatele  $n$  relací

$$U = \gamma(U, n) [n + \nu(U, n)]. \quad (9)$$

### 3.2 Rovnovážný statický poloměr

Již Robertson v roce 1937 zjistil, že kolem zářícího objektu neexistuje stabilní kruhová orbita. Částice ovlivňovaná Poynting-Robertsonovým efektem se musí

<sup>2</sup>Uvádíme v tabulce korektní hodnotu  $\nu(s)$ , zatímco v odpovídající tabulce na straně 5 v [6] je  $\nu(s) = \frac{-2aM}{r\Delta}$



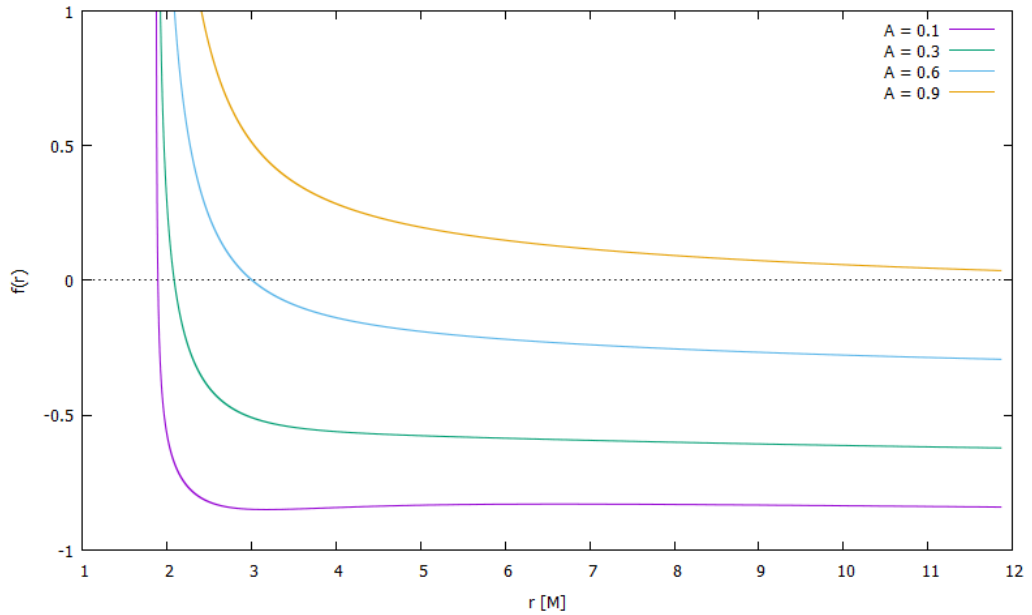
Obrázek 2: Vliv radiačního pole s nenulovým specifickým momentem hybnosti ilustrovaný trajektoriemi dvou částic (červeně) s počáteční polohou vyznačenou černým bodem a opačnými azimutálními směry rychlosti ( $a = 0,5$ ,  $A = 0,3$ ,  $b = 0$ ). Zatímco jedna částice velmi rychle spadne na statický poloměr, druhá se ustálí na vzdálenější kvazistabilní orbitě. Šipky odpovídají směru hybnosti fotonů v lokálních systémech ZAMO pozorovatelů [6].

nutně přibližovat k zářícímu objektu, nebo naopak uniknout z jeho gravitačního vlivu [15]. Přiblížení k zářícímu objektu je nicméně limitováno hodnotou radiální souřadnice, na které dojde k vyrovnání gravitační atrakce a tlaku záření. Taková hodnota rovnovážný statický poloměr  $r_0$  a přirozeně vymezuje polohu vnitřního okraje akrečního disku. Akreovaná hmota se při zanedbání dalších vlivů hromadí na tomto poloměru.

Radiální souřadnice stabilního poloměru  $r_0$  je závislá na parametrech radiačního pole, luminozitě  $A$  zářícího objektu a specifickém momentu hybnosti fotonů  $b$ . Rychlost  $\nu = 0$  částice, která dosáhla stabilního poloměru, vymizí a je dále v azimutálním směru pouze unášena rotací prostoročasu s Lense-Thirringovou úhlovou frekvencí. Poloha statického poloměru  $r_0$  je dána implicitní funkcí [6]

$$\frac{A}{MN} = \text{sgn}(\beta_0) \frac{1 - \frac{b^2}{Mr_0} \left(1 - \frac{2M}{r_0}\right)}{\left[1 - \frac{b^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{2M}{r_0}\right)\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (10)$$

Při dosažení Eddingtonovy limity ( $A = 1$ ) je  $r_0 = \infty$ , při velmi malé luminozitě



Obrázek 3: Graf funkce  $f(r) = \text{sgn}(\beta_0) \left(1 - \frac{b^2}{Mr} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\right) \left[1 - \frac{b^2}{r^2} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\right]^{-\frac{3}{2}} - \frac{A}{MN}$  implicitně určující polohu rovnovážného statického poloměru  $r_0$  pro různé hodnoty luminozity  $A$ . Konstruováno pro spin  $a = 0.5$  a specifický moment hybnosti radiačního pole  $b = 1$

$A \ll 1$  se přibližuje horizontu událostí (obrázek 3) [6]. Ve Schwarzschildově geometrii ( $a = 0$ ) a pro nulový specifický moment hybnosti  $b = 0$  lze rovnici (10) snadno řešit analyticky ve tvaru [5]

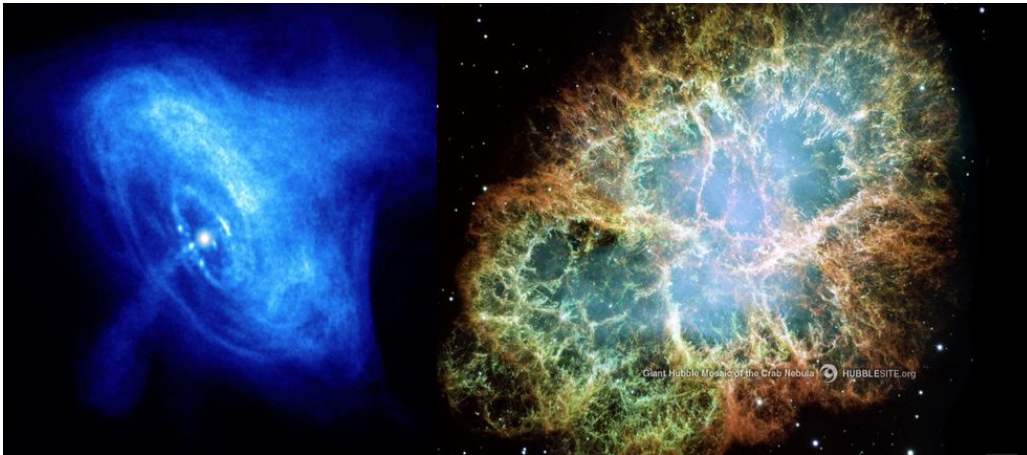
$$r_0 = \frac{2M}{1 - \frac{A^2}{M^2}}. \quad (11)$$

Obecné řešení rovnice (10) však není zcela triviální. Při extrémních podmínkách, extrémnímu spinu  $a$  centrálního tělesa blízkému jedné nebo velkému specifickému momentu hybnosti fotonů  $b$ , může existovat více kořenů a tedy více rovnovážných statických poloměrů.

## 4 Akreující binární systémy s neutronovou hvězdou

### 4.1 Neutronové hvězdy

Neutronové hvězdy jsou velmi husté hvězdy tvořené převážně neutrony. Mohou vzniknout gravitačním kolapsem jako finální stádium evoluce dostatečně hmotné



Obrázek 4: Vpravo – snímek Krabí mlhoviny pořízený Hubbleovým dalekohledem (NASA, ESA, J. Hester and A. Loll (Arizona State University)), vlevo – neutronová hvězda v centru Krabí mlhoviny (NASA/CXC/ASU/J. Hester et al.)

hvězdy, nebo také z bílého trpaslíka v akreujícím binárním systému. Vznik takového extrémního objektu doprovází silná exploze, příslušný observační fenomén se nazývá supernova. Pokud má zbytek po explozi supernovy, tvořený železem, hmotnost větší než  $M = 3 - 5 M_{\odot}$  (Tolmanova-Oppenheimerova-Volkoffova mez), pak se gravitačním kolapsem nutně zhroutí do černé díry. Pokud je však hmotnost železného zbytku menší, nicméně přesáhne Chandrasekharovu mez  $M = 1.44 M_{\odot}$ , výsledkem jeho gravitačního zhroucení je neutronová hvězda. V takovém případě totiž gravitace překoná kvantový tlak degenerovaného elektronového plynu, „vtlačí“ elektrony z atomového obalu do jádra, kde jejich interakcí s protony vznikají neutrony. Při tomto procesu je uvolňováno velké množství energie. Poté však kvantový tlak výsledného neutronového degenerovaného plynu další gravitační kolaps neutronové hvězdy zastaví [4].

Typické hmotnosti neutronových hvězd se pohybují od  $M = 1,44 M_{\odot}$  do  $M = 2,1 M_{\odot}$ , a jejich průměr nabývá hodnot v rozmezí 10–20 km. Při výbuchu supernovy si vzniklý kompaktní objekt zachovává moment hybnosti i magnetický moment původní hvězdy, a proto mladé neutronové hvězdy rotují s frekvencemi v řádu kHz a mají velmi silná dipólová magnetická pole (až  $10^9$  T). V okolí magnetických pólů vznikají horké zářící skvrny a rotující objekt vysílá majákovým efektem k vhodně umístěnému pozorovateli pravidelné záblesky. Díky tomu můžeme některé neutronové hvězdy pozorovat jako pulsary, zdroje úzce fokusovaných záblesků s velmi stabilní frekvencí [4].

Neutronové hvězdy mohou vzniknout jako finální stádium evoluce hvězdy o hmotnosti větší než osminásobek hmotnosti Slunce ( $M = 8 M_{\odot}$ ). Hvězda takové velikosti termionukleárně spálí veškerý vodík, a poté se v jejím jádru začnou

termonukleárně přeměňovat další prvky. Tento proces končí až stádiem železného jádra hvězdy, kdy se již další termonukleární reakce nemohou zažehnout. Poté, co vymizí tlak záření, obaly se gravitačně hroutí a explozivně zažehují termonukleární reakce kroužící prvky s vysokým protonovým číslem. Proces je doprovázen mohutnou explozí nazývanou supernovou typu II. Zbytkem po explozi je právě relativisticky kompaktní neutronová hvězda. Materiál odvržený po výbuchu supernovy typu II zůstává v okolí hvězdy a vytváří mlhovinu, ve které po čase mohou vznikat nové hvězdy. Výbuchy supernov jsou jediným způsobem, kterým v přírodě mohou vznikat prvky těžší než železo a proto nové hvězdy a případně i jejich planetární systémy, vznikající v okolí supernov, budou bohatší právě na těžší prvky. Znáмым a observačně atraktivním zbytkem po výbuchu supernovy je mlhovina v souhvězdí Kraba (obrázek 4), v jejímž centru lze pozorovat rychle rotující neutronovou hvězdu jako pulsar. Odlišným způsobem vzniku neutronové hvězdy je její vytvoření z méně hmotné hvězdy, bílého trpaslíka, na kterém se akrecí postupně shromáždí takové množství materiálu, že celková hmotnost překročí Chandrasekharovu mez. Děje se tak v akreujících binárních systémech, kde materiál z binárního partnera přetéká na bílého trpaslíka. Pokud se na povrchu bílého trpaslíka hromadí materiál, většinou vodík, může dojít k zažehnutí termonukleární reakce a následné explozi supernovy explozi, tentokrát supernovy typu Ia [4].

## 4.2 Binární systémy

Naše Slunce je dosti výjimečné, nemá totiž žádného souputníka. Oproti tomu většina hvězd, které pozorujeme, jsou součástí binárního systému dvou hvězd obvykle odlišných hmotností. Jelikož se každý z hvězdných partnerů vyvíjí různou rychlostí, často hmota z jedné složky přetéká na druhou a proto je evoluce složek binárního systému komplikovanější než u izolovaných hvězd.

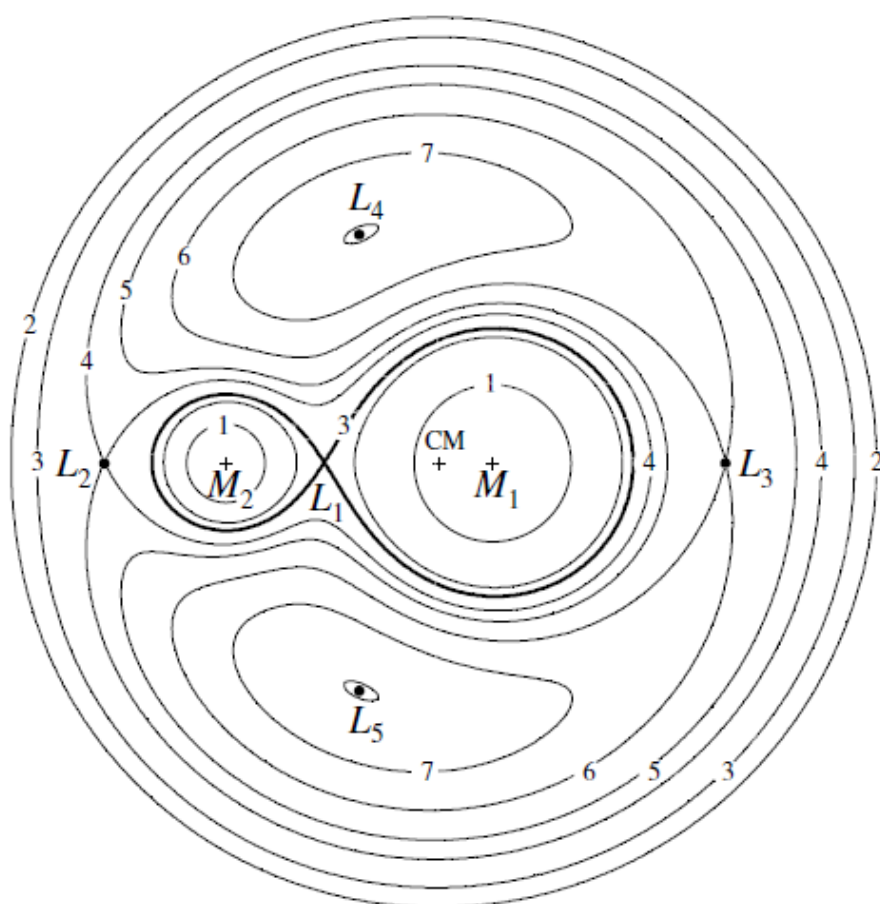
Zvláštním typem binárních systémů jsou tzv. X-ray burstery, u nichž pozorujeme občasné náhlé zvýšení luminozity v rentgenovém spektru o několik řádů. Jedná se zpravidla o systémy s kompaktním objektem, neutronovou hvězdou nebo černou dírou, ve kterých dochází k akrečním procesům. Podle poměrů hmotnosti složek systému rozlišujeme dva základní typy:

- LMXB (*Low-Mass X-ray Binaries*), u kterých má sekundární složka, obvykle červený trpaslík nebo hvězda hlavní posloupnosti, hmotnost menší nebo podobnou, jako kompaktní objekt. Sekundární složka vyplňuje Rocheův lalok a její hmota přetéká na kompaktní objekt. Tento typ dvojhvězdy září zejména v rentgenovém spektru a hlavním zdrojem jejího záření je akreční disk vytvářející se okolo neutronové hvězdy.



- HMXB (*High-Mass X-ray Binaries*), u kterých je sekundární složka podstatně hmotnější než kompaktní objekt. Velká sekundární složka je velmi jasná ve viditelném spektru, zatímco kompaktní objekt září v rentgenovém oboru. Rentgenové vyzařování je způsobeno zachycováním částic hvězdného větru z velké hvězdy na kompaktním objektu [4, 8].

### 4.3 Akreční disk



Obrázek 5: Ekvipotenciály gravitačně-centrifugálního potenciálu v binárním systému konstruované v korotující vztažné soustavě binárního systému. Na obráku je tučně vyznačena důležitá ekvipotenciála procházející Lagrangeovým bodem  $L_1$  a ohraničující Rocheovy laloky obou složek [8].

Akreční disk je tvořen hmotou, která pomalu spiráluje na centrální hvězdný objekt. Materiál vstupující do gravitačního pole s nenulovým momentem hyb-

nosti nedopadá na povrch hvězdy radiálně, nicméně vlivem viskozity v disku moment hybnosti postupně ztrácí a jeho orbita se tak přibližuje k povrchu centrálního hvězdného objektu.

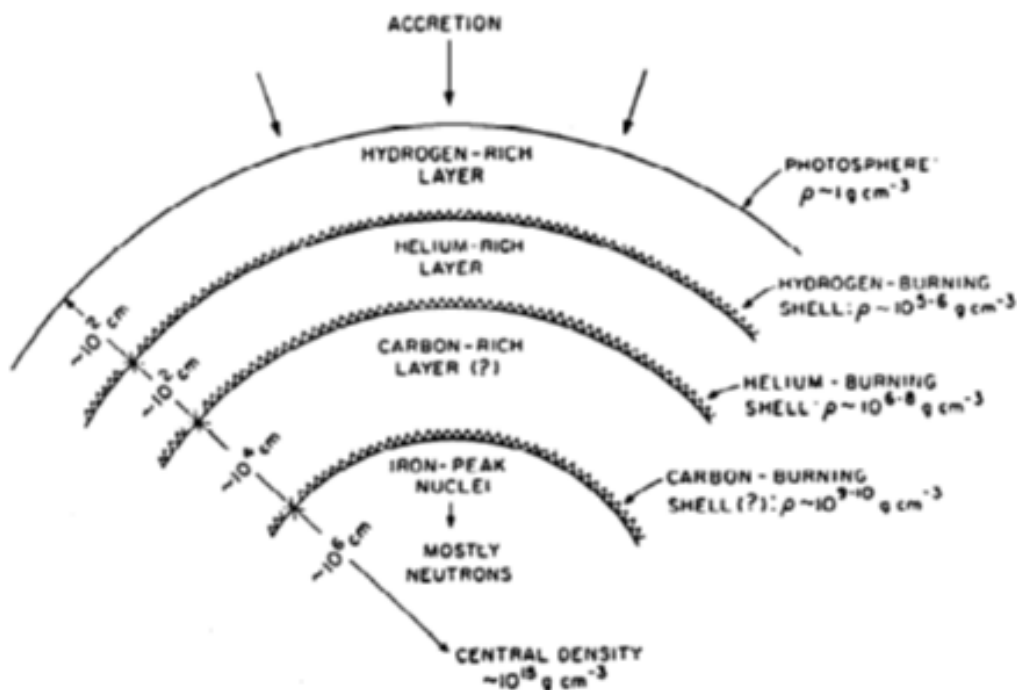
Akreční procesy jsou teoreticky nejefektivnějším zdrojem energie ve vesmíru (s výjimkou anihilace hmoty a antihmoty) [11]. Energie získaná akrecí hmoty o hmotnosti  $m$  na centrální objekt o hmotnosti  $M$  a poloměru  $R$  je určena vztahem  $E_{acc} = \frac{GMm}{R}$ , kde  $G$  je gravitační konstanta. Pro neutronovou hvězdu přibližně hmotnosti Slunce ( $M \sim M_{\odot}$ ) a poloměru  $R \sim 10$  km tak získáme asi  $10^{20} \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1}$ . Účinnost akrece je tak o dva řády vyšší než u účinnost termonukleární fúze. Uvažujeme-li fúzi vodíku na helium,  $E_{fusion} = 10^{18} \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1}$ . V systému dvojhvězdy dochází ke vzniku akrečního disku, zvětší-li sekundární složka hvězda svůj objem natolik, že vyplní svůj celý Rocheův lalok, objem obepnutý ekvipotenciálou procházející Lagrangeovým bodem  $L_1$  (viz obrázek 5). Hmota ze sekundární složky proudí Lagrangeovým bodem směrem ke primární, a díky tomu, že orbitální pohyb Lagrangeova bodu jí udílí nenulový moment hybnosti, vytváří diskovou strukturu orbitující kolem primární složky [8].

#### 4.4 X-ray burstery

Rozvoj družicové rentgenové astronomie otevírá nové, dynamicky se rozvíjející observační okno [9]. Jedněmi z nejjasnějších pozorovaných rentgenových zdrojů jsou takzvané X-ray burstery, objekty, jejichž luminosita v rentgenové oblasti čas od času výrazně vzroste. Předpokládanými původci rentgenových burstů jsou akreční disky v rentgenových dvojhvězdách. Rozlišujeme 2 typy [8]:

- Typ I – rentgenové záření pravděpodobně vzniká při prudké termonukleární reakci na povrchu neutronové hvězdy. Hovoříme proto o termonukleárním burstu. Bursty se opakují se po několika hodinách, maximálně dnech
- Typ II – rentgenové záření vzniká při intenzivní akreci materiálu. Známe prozatím poměrně málo zdrojů burstů II. typu, ale u všech známých se dříve projevil i burst typu I. Proto lze důvodně předpokládat, že se jedná také o neutronové hvězdy.

To, že k burstům může docházet jen u neutronových hvězd, naznačuje také poměr luminosity systému při burstu a bez něj. K termonukleární reakci musí docházet na povrchu objektu, na kterém se tvoří vrstvy složené z různých prvků, přičemž těžší prvky klesají blíže k povrchu (obrázek 6). Černé díry nemají povrch, a při podobné reakci na povrchu bílého trpaslíka by došlo ke shoření celé hvězdy [8].



Obrázek 6: Vrstvy tvořené různými prvky na povrchu neutronové hvězdy (W. H. G. Lewin & P. C. Joss, *Accretion-Driven Stellar X-ray Sources*, eds. W. H. G. Lewin & E. P. J. van den Heuvel (1983), Cambridge University Press.)

#### 4.5 Eddingtonova limita

Eddingtonova limita je tak vysoká hodnota luminozity centrálního objektu, při které již nemůže dojít k rovnováze gravitační síly a tlaku záření. Při jejím překročení se proto nemůže vytvářet akreční disk. Hodnota limitní luminozity je závislá na tom, na jaké částice záření působí, avšak ve většině případů uvažujeme, že se jedná o plně ionizovaný vodík, tedy pouze protony. Hodnota Eddingtonovy luminozity pro proton (o hmotnosti  $m_p$  a účinném průřezu rovném Thompsonovu účinnému průřezu  $\sigma_T$ ) je [5]

$$\mathcal{L}_{Edd} = \frac{4\pi GMcm_p}{\sigma_t} = 1,3 \times 10^{38} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg/s.} \quad (12)$$

Luminozitu centrálního objektu  $\mathcal{L}$  pak lze zapsat jako

$$\frac{A}{GM} = \left( \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{Edd}} \right). \quad (13)$$

## 5 Počítačová simulace

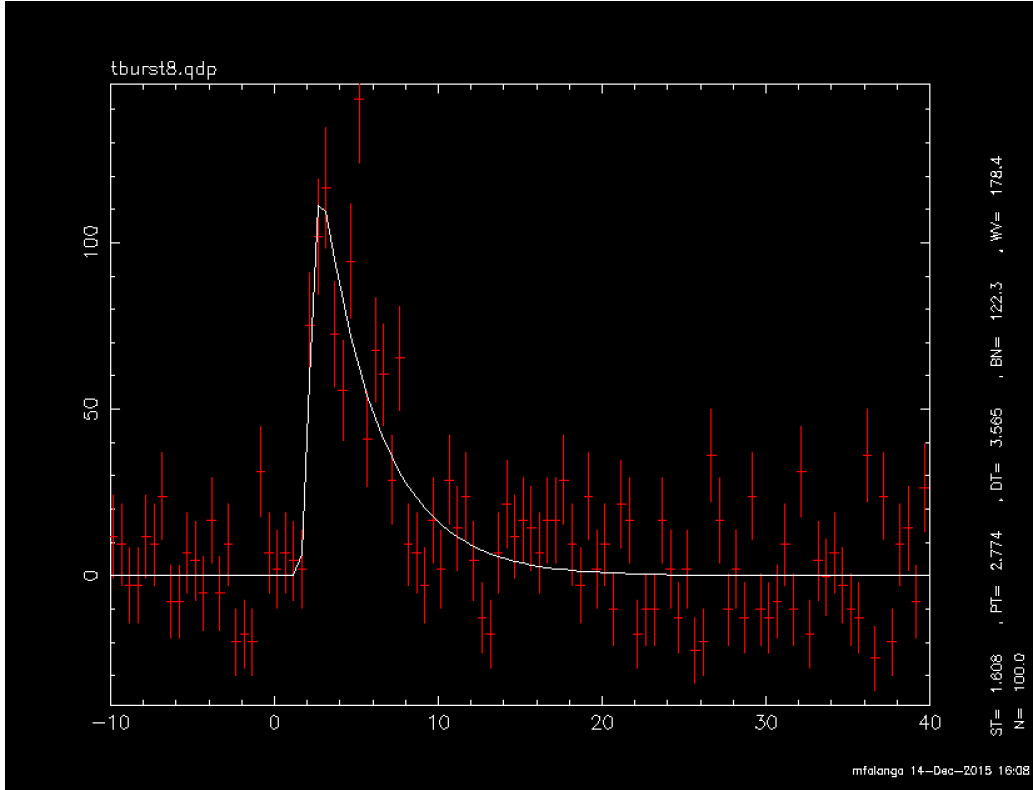
Cílem simulace bylo zjistit, jaký vliv na akreční disk přítomnost Poynting-Robertsonova efektu při konstantní luminositě centrální hvězdy i při jejím náhlém zvýšení při termonukleárnímu burstu. Pro simulace byly použity parametry i profil burstu existujícího binárního systému SAX J1808.4-3658. Zdroj SAX J1808.4-3658 je milisekundový pulsar tvořený neutronovou hvězdou a hnědým trpaslíkem objevený v roce 1998. Zdá se být ideální kandidátem pro model akrečního disku ovlivňovaného tlakem záření, bylo u něj totiž pozorováno několik X-ray burstů, jeho výkonové spektrum rychlé variability vykazuje kvaziperiodické oscilace (QPOs) a známe hmotnost obou složek i jejich vzdálenost (separaci) [12].

Tabulka 2: Parametry zdroje SAX J1808.4-3658 [12]

Separace [ $\times 10^8$ m]	Hmotnost neutronové hvězdy [ $M_{\odot}$ ]	Hmotnost sekundární složky [ $M_{\odot}$ ]	Orbitální perioda [min]	Vzdálenost od Země [kpc]
6,3	1,4	0,04	120,8	2,5

Akreční disk v okolí centrálního kompaktního objektu je aproximován neinteragujícími částicemi s trajektoriemi popsány pohybovými rovnicemi (3)–(6). V použité aproximaci tedy zanedbáváme srážky částic i rozptyl záření v materiálu disku. Časový průběh luminozity odpovídá termonukleárnímu burstu. Na začátku simulace má luminozita konstantní hodnotu  $A = 0.1 L_{Edd}$ , v počátku burstu dojde k prudkému zvýšení luminozity až k  $A = 1 L_{Edd}$  a poté k exponenciálnímu dohasínání zpět na  $A = 0.1 L_{Edd}$ . Časový profil luminozity je modelován dle skutečných observačních dat a je ilustrován obrázkem 7. Software pracoval s profilem burstu, který začne v čase  $t_{start} = 1,608671$  s a maxima dosáhne v čase  $t_{max} = 2,774046$  s. Skutečná observační data byla fitována křivkou, kterou lze zapsat předpisem [7]

$$\begin{aligned}
 t < t_{start} & \quad A = 0,1 \\
 t_{max} < t < t_{start} & \quad A = 0,9 \frac{t - t_{start}}{t_{max} - t_{start}} \\
 t > t_{max} & \quad A = 0,9 \exp\left(-\frac{t - t_{max}}{122,337587}\right).
 \end{aligned} \tag{14}$$



Obrázek 7: Profil termonukleárního burstu pozorovaný u SAX J1808.4-3658, observační data (červeně) a v simulaci použitý fitovaný profil (bíle) [7].

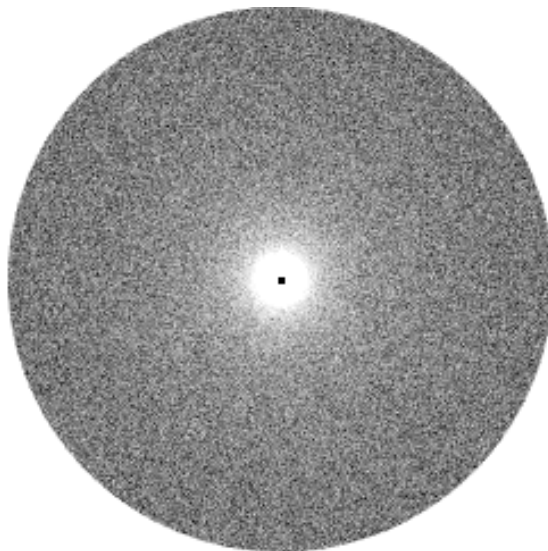
## 5.1 Model akrečního disku

### 5.1.1 Konstantní počet částic v disku

První naše simulace byly založeny na modelu akrečního disku tvořeného konstantním počtem částic náhodně prostorově distribuovaných v ekvatoriální rovině. Pomocí generátoru náhodných čísel byl vytvořen disk (obrázek 8) s jedním milionem částic, které měly počáteční radiální souřadnici  $r$  v intervalu daném volbou vnějšího a vnitřního okraje disku  $r \in (6, 60)M$  v zadaném rozpětí, a počáteční rychlost  $\nu$  odpovídající kruhovému geodetickému orbitálnímu pohybu bez přítomnosti radiačního pole [6]

$$\nu_{\pm} = \frac{a^2 \mp 2a\sqrt{Mr} + r^2}{\sqrt{\Delta} \left( a \pm r\sqrt{\frac{r}{M}} \right)}, \quad (15)$$

kde  $a$  je spin centrálního objektu,  $M$  jeho hmotnost,  $r$  je radiální souřadnice částice a  $\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr$ .

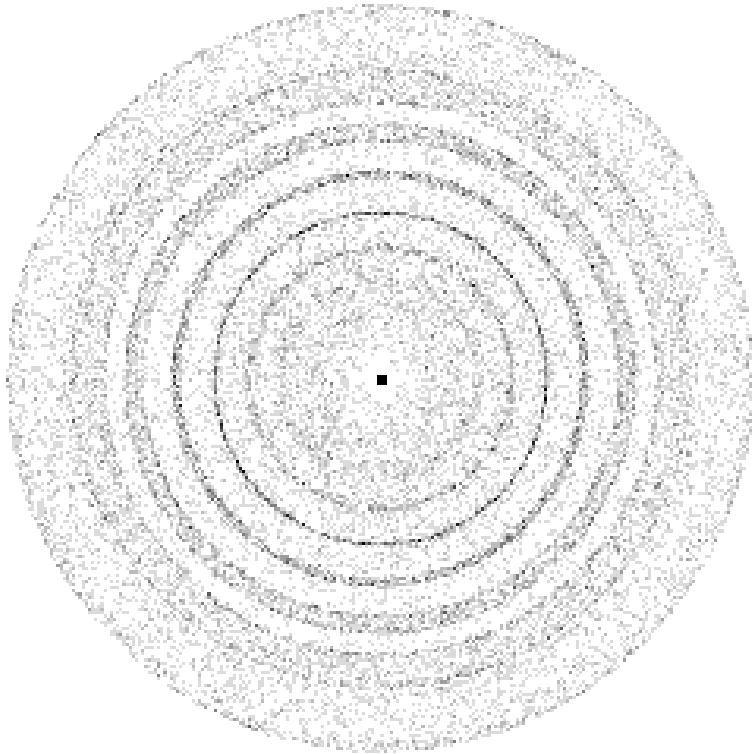


Obrázek 8: Akreční disk tvořený 1 000 000 částic náhodně rozloženými v intervalu  $r \in (6, 60)$  M.

Ukázalo se, že vlivem Poynting-Robertsonova efektu všechny částice z takové disku klesnou na statický poloměr již v první sekundě simulace. Takové chování je důsledkem neexistence stabilních kruhových orbit [6, 15] pro částice . V další sérii simulací jsme se proto rozhodli simulovat i akreční tok částic do disku.

### 5.1.2 Konstantní akreční tok částic do disku

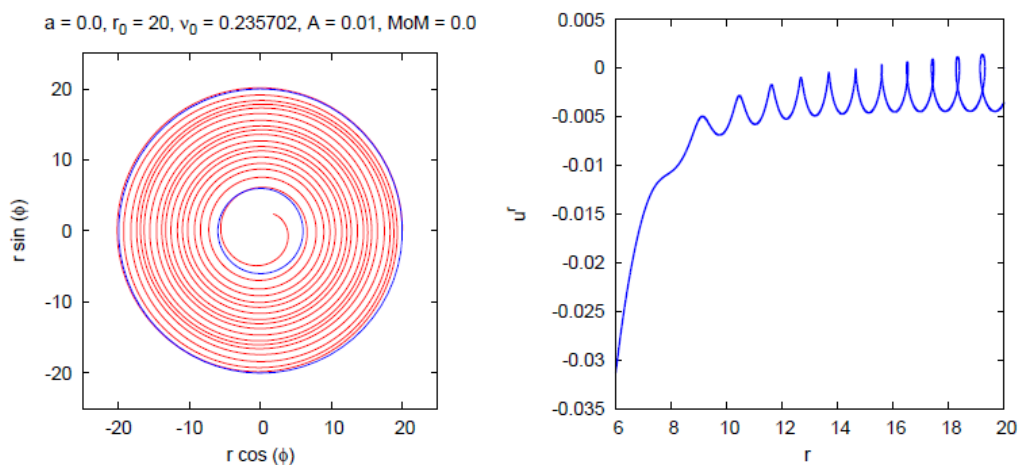
Model disku s akrečním tokem předpokládá proměnný počet částic v simulaci. V každém integračním kroku simulace byl na vnější okraj disku přidán určitý počet částic s náhodnou azimutální souřadnicí a rychlostí odpovídající kruhové geodetické orbitě při nulové luminozitě centrálního objektu. Částice pak postupně klesají na statický poloměr, případně vlivem silného radiačního pole odlétají ze systému. Simulace částice, které klesají až na povrch hvězdy odstraňuje a stejně tak odstraňuje i částice unikající z gravitačního pole centrálního zářícího objektu. Vzhledem k tomu, že luminozita centrálního objektu během bursty dosahuje Eddingtonovy limity, rovnovážný statický poloměr se vzdaluje do nekonečna a dochází tak k destrukci akrečního disku. Trajektorie částic v simulaci končí na rovnovážném statického poloměru, a proto můžeme na výstupech simulace velmi zřetelně sledovat jeho měnící se polohu při různých hodnotách luminozity.



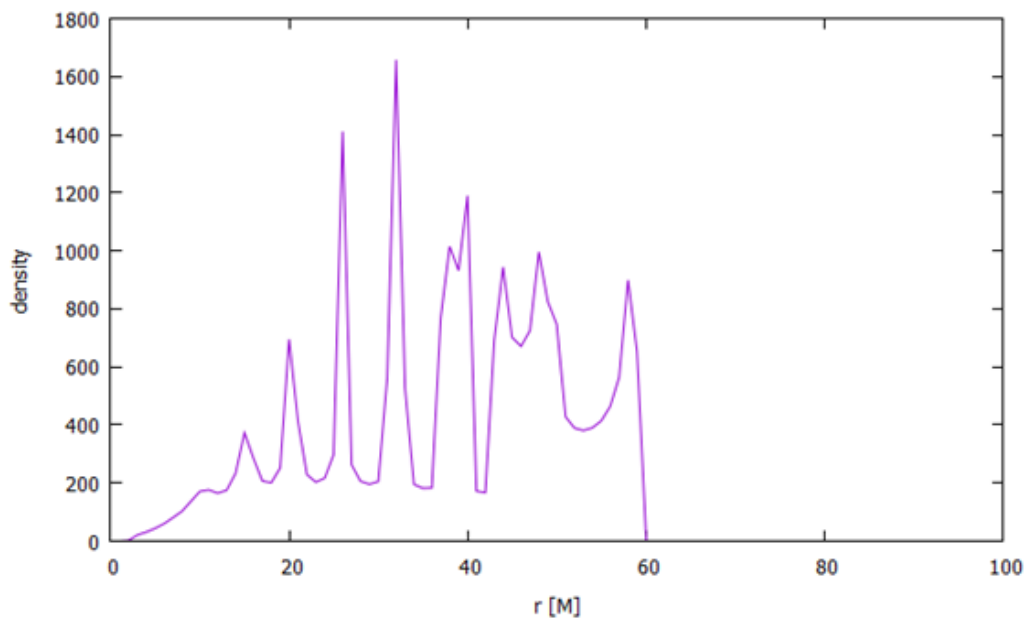
Obrázek 9: Hustota částic v disku při konstantní luminositě ( $A = 0.1$ ,  $a = 0.0$ ,  $b = 2.0$ )

## 5.2 Výsledek simulace

Díky působení tlaku záření se v akrečním disku vytvářejí maxima hustoty částic v různých poloměrech (obrázek 9). Zjistili jsme, že jejich poloha je signifikantně závislá na počátečních parametrech částic. Maxima jsou odrazem změn velikosti radiální složky rychlosti částice (obrázek 10). Rozložení maxim je patrný z grafu rozložení hustoty částic v disku (obrázek 11).



Obrázek 10: Trajektorie jedné částice (vlevo) a radiální složka čtyřrychlosti v závislosti na  $r$  (vpravo) (P. Bakala, K. Goluchová, osobní komunikace)



Obrázek 11: Hustota částic v akrečním disku ( $A = 0.1, a = 0.0, b = 2.0$ )



## 6 Softwarová implementace

Simulační kód *PR\_Trajectories* je napsán v programovacím jazyce C++ s použitím technik objektového a paralelního programování. Výstupem jsou obrázky zachycující akreční disk v určitých časových intervalech a textové soubory obsahující informace o stavu systému. Obrázky disku a časový vývoj rozložení hustoty částic v disku jsou následně spojeny ve video.

### 6.1 Vstupní parametry

Vstupní parametry simulace (viz tabulka 2) jsou definovány v samostatném hlavičkovém souboru *define.h*. Díky tomu lze jednoduše měnit parametry simulace nahrazením jediného souboru.

Tabulka 3: Vstupní parametry simulace a použité konstanty

NS_M	Hmotnost centrálního objektu [ $M_{\odot}$ ]
R_MAX	Vnější okraj disku
SPIN	Spin centrálního objektu [M]
DELTA_TIME	Integrační krok
TOTAL_TIME	Celkový čas simulace [s]
TIME_SAMPLE	Perioda výstupu
MOM	Specifický moment hybnosti radiačního pole $b$
ALPHA_ZERO	Parametr udávající počáteční směr rychlosti částic $\alpha$
N_ADDED	Počet částic přidávaných v každém integračním kroku
GRAVIT_CONST	Gravitační konstanta ( $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ )
SOLAR_MASS	Hmotnost Slunce ( $1,98910000000000002 \times 10^{30} \text{kg}$ )
SPEED_OF_LIGHT	Rychlost světla ( $2,998 \times 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

### 6.2 Popis algoritmu

Celý výpočet zajišťuje funkce *trajectory*, jejíž vývojový diagram je na obrázku 12. Je to jediná funkce, která je volána ve funkci *main*, má jediný parametr *n\_step*, který zastupuje počet časových kroků. Jelikož vstupním údajem je čas v sekundách, musí se převést na čas v relativistických jednotkách dle relace

$$t = \frac{c^3}{M \cdot M_{\odot} \cdot G} t[\text{s}], \quad (16)$$

kde  $c$  je rychlost světla a  $G$  gravitační konstanta. Počet integračních kroků je pak

$$n_{step} = \frac{c^3 \cdot TOTAL\_TIME}{M \cdot M_{\odot} \cdot G \cdot DELTA\_TIME}. \quad (17)$$

Pro urychlení simulace bylo využito axiální symetrie akrečního disku, kdy je možno v případě konstantní luminosity s výhodou využít předem integrovanou trajektorii jedné částice.

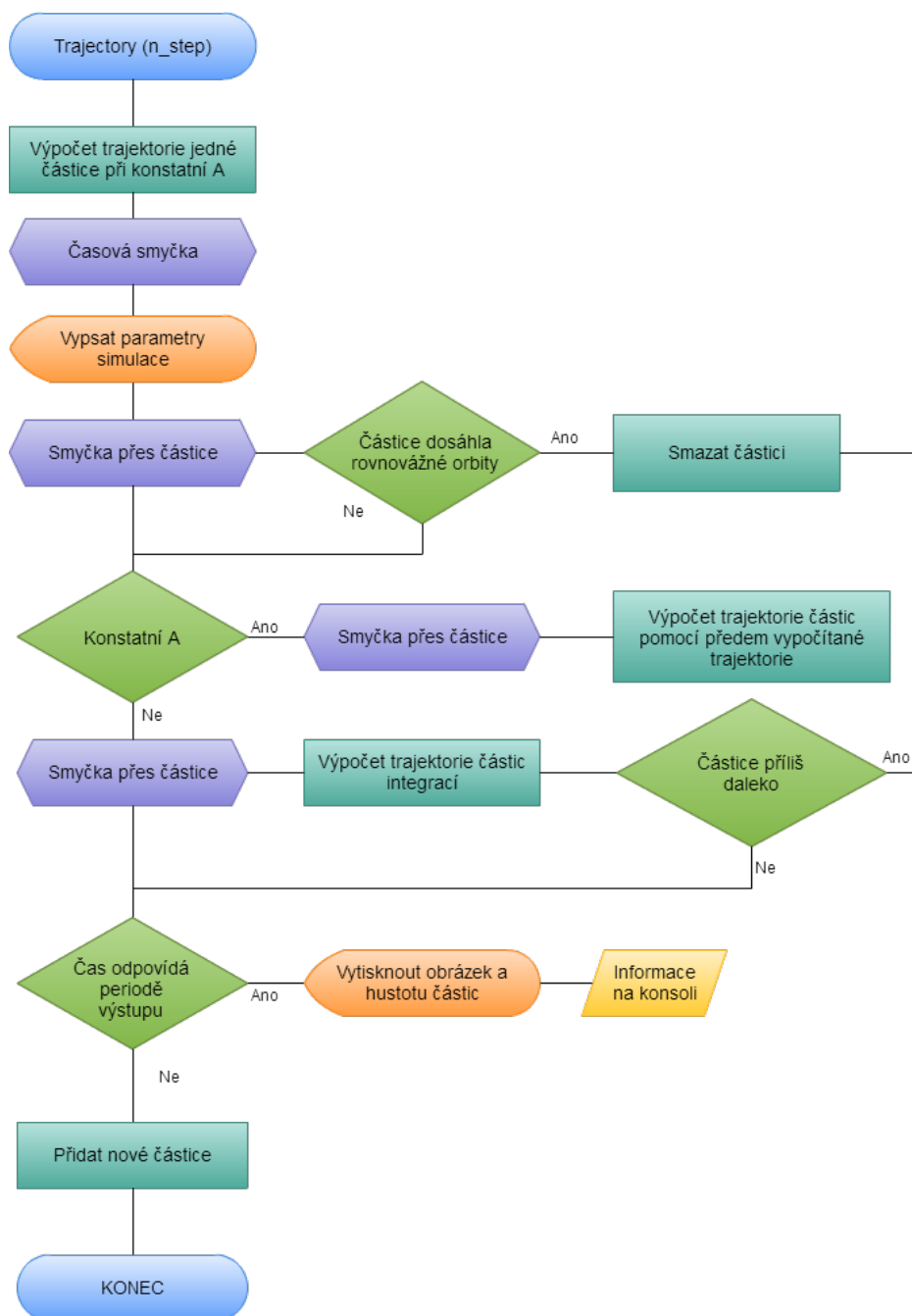
### 6.3 Použité datové typy, paralelizace a optimalizace výpočtu

Simulace je počítána v *long double* precision. Pro výkon software je klíčovou částí implementace uložení parametrů jednotlivých částic, jelikož se jejich počet mění v každém časovém kroku. Pro popis jedné částice byla vytvořena struktura *parameters* obsahující všechny popis stavu jedné částice (tabulka 4). Pro optimalizace výkonu kódu jsou zásadní podmínky, za kterých je daná částice vymazávána z datové struktury. Jsou mazány ty částice, jejichž radiální souřadnice je menší než  $3 M$ , a o kterých proto předpokládáme, že se nutně nacházejí pod povrchem neutronové hvězdy. Dále kód maže částice, které již více neovlivňuje gravitační pole centrálního objektu. Podmínkou pro identifikaci takové částice je téměř nulová časová změna azimutální složky její souřadnice. Parametry všech částic byly

Tabulka 4: Proměnné uložené ve struktuře *parameters*

Precision	Název proměnné	Význam
long double	parameters.r	Radiální souřadnice
long double	parameters.phi	Azimutální souřadnice
long double	parameters.alpha	Směr rychlosti
long double	parameters.nu	Rychlost
long double	parameters.Ur	Radiální složka 4-rychlosti
long double	parameters.Uphi	Azimutální složka 4-rychlosti
long double	parameters.time_added	Časový krok, ve kterém byla částice přidána
long double	parameters.phi0	Počáteční úhlová souřadnice částice

uloženy jako dynamický datový kontejner *vektor* struktury *parameters*, jehož velikost lze jednoduše měnit. Podobně jako u *array* lze k jeho prvkům přistupovat pomocí ukazatelů, jako by byla paměť alokována spojitě. Datový kontejner však



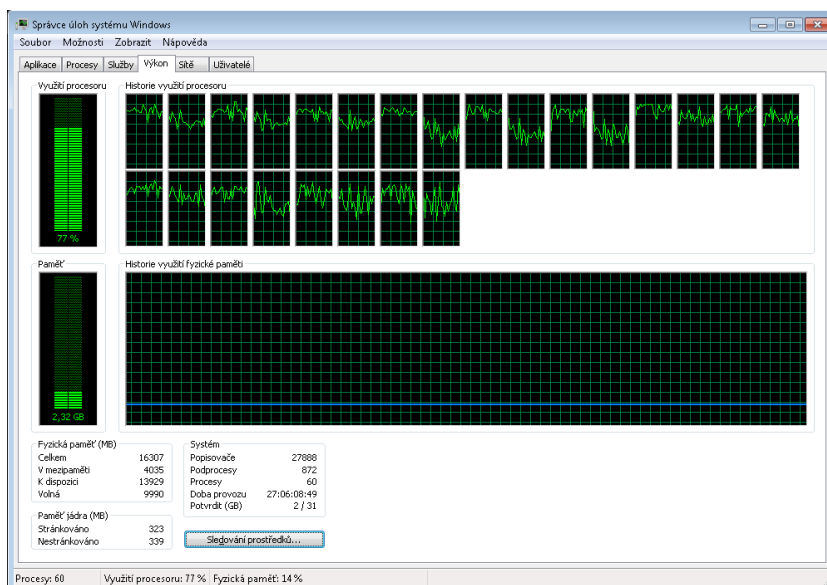
Obrázek 12: Vývojový diagram funkce *trajectory*

vnitřně alokuje paměť dynamicky. Aby se při každé změně velikosti nemusela re-alokovat celá paměť vektoru, je vytvořena „rezerva“, se kterou kontejner pracuje.

Je tak dosaženo lepšího výkonu při změně velikosti, avšak znamená to, že velikost vektoru je vždy o něco větší než množství dat v něm uložených [18].

Pro paralelizaci výpočtu byla použita direktiva knihovny *OpenMP*, tedy metoda symetrického multiprocessingu. Simulace byla spouštěna na pracovní stanici se dvěma procesory Intel Xeon celkem s 24 jádry. Výpočet přesto trval více než dva dny (v každém kroku se přidávala jen jedna částice). Využití procesorů je po paralelizaci kolem 80 % (obrázek 13).

Metodu paralelizace nelze použít v těch případech, kdy jsou data počítaná v jednom výpočetním vlákne závislá na datech právě zpracovávaných vlákem odlišným. Nelze tak paralelizovat celou simulační časovou smyčku, protože integrace trajektorií je závislá na předchozím kroku. Paralelizovány proto jsou pouze smyčky počítající evoluci trajektorií jednotlivých částic. Nabízející se možnost zrychlit výpočet ukládáním parametrů ze všech časových kroků by neúměrně zvýšila nároky na operační paměť. I přesto kód velmi efektivně využívá dostupná výpočetní vlákna, jak je dokumentováno obrázkem 13.



Obrázek 13: Využití výpočetních vláken pracovní stanice při běhu programu *PR\_Trajectories*

## 6.4 Výstupní data

Klíčovým výstupem kódu jsou černobílé obrázky akrečního disku, které jsou následně spojeny do videa. Obrázky zobrazují pouze rozložení částic v oblasti

zájmu, tedy těch, jejichž poloha je uvnitř obrázku ( $80 \times 40$  M). Kód polární souřadnice částic transformuje na kartézské a poté podle rozlišení výstupního obrázku (což je jeden z měnitelných parametrů simulace) diskretizuje. Stupeň šedi pixelu odpovídá hustotě částic v daném místě, odstín je normalizován na celočíselnou hodnotu mezi 0 a 50. Výstupní obrázek (obrázek 9) je ve formátu PGM (*Portable*

Obrázek 14: Video, které je výstupem programu *PR\_Trajectories*

*Graymap*). Jedná se o jednoduchý grafický formát, který obsahuje krátkou hlavičku, ve které je uveden typ obrázku, jeho rozlišení a barevná hloubka a poté pouze sérii číselných hodnot reprezentujících jednotlivé pixely. Výpočet tak není zpomalován grafickými operacemi. Obrázky jsou po ukončení běhu simulace spojeny do výsledného videa

Dalšími výstupy kódu jsou textové soubory nesoucí informace o stavu disku. Jsou vytvářeny soubory *density.txt*, obsahující mapu aktuální distribuce hustoty částic v disku, dále soubor *burst\_profile.txt* obsahující hodnoty luminozity v jednotlivých časových krocích. Soubor *sim\_parameters.txt* obsahuje některé technické údaje o běhu kódu, jako je například přesný počet částic, které se v jednotlivých integračních krocích počítají, kolik částic spadlo pod povrch hvězdy a kolik jich uniklo z gravitačního pole.

## 7 Závěr

### 7.1 Diskuze dosažených výsledků

Výsledky v práci popisovaných numerických simulací ukazují signifikantní vliv obecně relativistického Poynting-Robertsonova efektu na strukturu a chování tenkých akrečních disků orbitujících v extrémně silných gravitačních polích neutro-

nových hvězd. Nejzřetelnějším důsledkem vlivu luminozity centrálního hvězdného objektu je nehomogenní distribuce hmoty v akrečním disku. Hustota částic v disku vykazuje velmi výrazná vícenásobná maxima v několika mezikružích (obrázek 9). Radiální poloha a šířka těchto mezikružích je citlivá na počáteční parametry simulace, zejména na iniciální radiální souřadnice a rychlosti částic, které vstupují akrečním tokem do disku.

Akreční disk dosáhne při konstantní luminozitě a konstantním akrečním toku po určitém čase stacionárního stavu s nehomogenní, avšak v čase se dále neměnicí distribucí hmoty. Pokud ovšem intenzita záření centrálního objektu prudce variuje vlivem termonukleárního burstu na povrchu neutronové hvězdy, dochází k výrazným změnám ve struktuře a chování disku a zároveň se vnitřní okraj disku velmi rychle vzdaluje od povrchu hvězdy. Při dosažení Eddingtonovy limity luminozity se disk přirozeně zcela rozpadá. Při snižování luminozity, dohasínání burstu, se maxima hustoty opět objevují. Zajímavým a neočekávaným efektem je, že se maxima během dohasínání formují u vnitřního okraje disku a spolu se slábnoucí luminozitou hvězdy se pak přesouvají dále od jejího povrchu. Důvodně předpokládáme, že orbitální rychlosti částic odpovídající maximům hustoty budou generovat ostré píky při Fourierově analýze časové variability vyzařování disku ovlivňovaného Poynting-Robertsonovým efektem. Tyto předpokládané píky by mohly souviset s píky kvaziperiodických oscilací (QPOs), které jsou pozorovány v záření akreujících systémů s neutronovými hvězdami a černými děrami, případně i v záření aktivních galaktických jader.

## 7.2 Plány budoucího výzkumu

Simulační kód *PR\_Trajectories* prozatím odpovídá velmi idealizovanému modelu tenkého akrečního disku ovlivňovaného Poynting-Robertsonovým efektem. Simulace zanedbává vzájemnou interakci částic, rozptyl fotonů a viskozitu akreovaného materiálu. Pro dosažení realističtějšího modelování vlivu tlaku záření na akreční struktury bude nutné tyto efekty do simulačního kódu jistě implementovat. Avšak pravděpodobně neproblematičtějším bodem existující simulace je modelování akrečního toku. Současná implementace přidává nové částice na pevně zvoleném vnějším okraji disku, jehož poloha se však během burstu bude nutně posouvat dále od povrchu hvězdy. Asi astrofyzikálně nejrealističtější volbou proto bude v budoucí verzi kódu modelovat akreční tok hmoty přicházející přímo z Lagrangeova bodu  $L_1$  (obrázek 5) binárního systému. Ve vztažném systému spojeném s neutronovou hvězdou o hmotnosti  $M_1$  bude bod  $L_1$  orbitovat s úhlovou rychlostí  $\omega^2 = G \frac{M_1 + M_2}{a^3}$  ( $G$  je gravitační konstanta,  $M_2$  je hmotnost druhé složky binárního systému a  $a$  je separace složek). Vzdálenost Lagrangeova bodu  $R_{L_1}$  lze určit z podmínky vyrovnání gravitačních a centrifugálních sil

[8]  $\frac{M_1}{R_{L_1}^2} - \frac{M_2}{(a-R_{L_1})^2} = \frac{M_1+M_2}{a^3} R_{L_1} - \frac{M_2}{a^2}$ . Počáteční podmínky pro částice akrečního roku budou tak nastaveny přímo geometrií binárního systému. Částice přicházející do akrečního disku proto budou mít počáteční souřadnice dané aktuální polohou Lagrangeova bodu a jejich azimutálně orientovaná počáteční rychlost bude nutně [8]  $v_0 = \omega R_{L_1}$ . Tato principiálně přímočará modifikace kódu však naráží na možnosti použitých numerických metod pro řešení systému diferenciálních pohybových rovnic. Pro zvolený binární systém SAX J1808.4-3658 je  $R_{L_1} = 245\,458\text{ M}$ , nachází se tedy o několik řádů v M dále od hvězdy než předpokládaný okraj disku. V takovém případě použitá numerická integrace trajektorií s konstantním krokem klade příliš velké nároky na velikost operační paměti. Proto bude nezbytné v budoucí verzi kódu implementovat efektivní relativistický integrátor trajektorií s adaptivním krokem, pravděpodobně založený na kódu *LSDplus* [1]. Dalším plánovaným pokračováním výzkumu bude přímé modelování záření z disku ovlivňovaného Poynting-Robertsonovým efektem a to i včetně Fourierovy analýzy časové variability. K modelování propagace záření disku v silné gravitaci budeme používat metody obecně relativistického ray-tracingu, opět založené na softwarovém balíku *LSDplus*.

## Reference

- [1] Bakala, P., Goluchová, K., Török, G., Šrámková, E., Abramowicz, A. M., Vincent, F. H., Mazur, G. P., *Twin peak high-frequency quasi-periodic oscillations as a spectral imprint of dual oscillation modes of accretion tori*, *Astronomy and Astrophysics*, 2015, **581**, A35.
- [2] Bakala, P., Török, G., Karas, V., et al., *Power density spectra of modes of orbital motion in strongly curved space-time: obtaining the observable signal*, *MNRAS*, 2014, **439**, 1933.
- [3] Bardeen, J. M., *A Variational Principle for Rotating Stars in General Relativity*, *The Astrophysical Journal*, 1970, **162**, 71–95.
- [4] Bhattacharya, D., *The formation of neutron stars in the galaxy* v Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Neutron Stars: An Interdisciplinary Field, *Neutron Stars: Theory and Observation*, 1990, Springer Science+Business Media, B.V.; ISO 987-94-010-5565-9.
- [5] Bini, D., Jantzen, R. T., & Stella, L. *The general relativistic Poynting-Robertson effect*, *Classical and Quantum Gravity*, 2009, **26**, 055009.
- [6] Bini, D., Geralico, A., Jantzen, R. T., Semerák, O., & Stella, L. *The general relativistic Poynting-Robertson effect: II. A photon flux with nonzero angular momentum*, *Classical and Quantum Gravity*, 2011, **28**, 035008.
- [7] Falanga, M., osobní komunikace.
- [8] Frank, J., King, A., Raine, D., *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge University Press, 2002); ISO 978-0-511-07587-1.
- [9] Feroci, M., Stella, L., van der Klis, M., et al., *The Large Observatory for X-ray Timing (LOFT)*, *Experimental Astronomy*, 2012, **34**, 415.
- [10] Chandrasekhar, S., *The mathematical theory of black holes* (Clarendon Press, Oxford, 1983).
- [11] Misner, C. W., Thorne, K. S., Wheeler, J. A. , *Gravitation* (W. H. Freeman, San Francisco, 1973).
- [12] Powell, C. R., Haswell, C. A., & Falanga, M., *Mass transfer during low-mass X-ray transient decays*, *MNRAS*, 2007, **374**, 466.



- [13] Poynting, J. H., *Radiation in the Solar Sestem: its Effect on Temperature and its Pressure on Small Bodies*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, 1904, **202**, 525.
- [14] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, *Numerical recipes in C++: the art of scientific computing* (New York: Cambridge University Press, 2007).
- [15] Robertson, H. P., *Dynamical effects of radiation in the solar system*, MNRAS, 1937, **97**, 423.
- [16] Schee, J., Stuchlík, Z., *Optical Phenomena in the Field of Braneworld Kerr Black Holes*, Int. J. Mod. Phys. D, 2009, **18** (6), 983–1024.
- [17] Török, G., Bakala, P., Šrámková, E., et al., *Mass-Angular-momentum Relations Implied by Models of Twin Peak Quasi-periodic Oscillations*, The Astrophysical Journal, 2012, **760**, 138
- [18] The C++ Resources Network, *cplusplus.com* [online], 2016. Dostupné z: <http://www.cplusplus.com/>.