

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
Prírodovedecká fakulta

**Analýza svetelnej krivky viacnásobného systému
KIC 3832716**

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
Prírodovedecká fakulta

**Analýza svetelnej krivky viacnásobného systému
KIC 3832716**

Vedúci práce: doc. Mgr. Štefan Parimucha PhD.

Študijný odbor: Teoretická fyzika a astrofyzika

Pracovisko: Katedra teoretickej fyziky a astrofyziky

Pod'akovanie

Ďakujem doc. Mgr. Štefanovi Parimuchovi PhD. za neoceniteľné rady, bez ktorých by táto práca nevznikla.

Abstrakt

V tejto práci sme sa zaoberali analýzou svetelnej krivky systému KIC 3832716, ktorá poukazuje na prítomnosť viacerých telies v systéme. Centrálnymi telesami v systéme sú zložky zákrytovej dvojhviezdy, ktorej obežnú dobu sme stanovili na 1.14 dňa. Základné parametre zákrytovej dvojhviezdy sme určili analýzou fázovej krivky v programe Phoebe. Taktiež sme odhalili pravdepodobnú prítomnosť dlhodobých škvŕn na povrchu zložiek dvojhviezdy, ktoré by mohli byť zodpovedné za malé polopravidelné odchýlky oproti časom minim získaných z efemeridy. Prítomnosť ďalších telies v systéme indikuje prítomnosť ďalšej sady zákrytov s periódou 2.17 dňa. Numerickým integrovaním dráh sme sa pokúsili preveriť možnosti výskytu ďalších telies v systéme v niekoľkých možných konfiguráciách.

Obsah

1	Úvod	2
2	Použité dáta	3
3	Efemerida zákrytového systému	4
3.1	Čas minima	4
3.2	Obežná perióda a výsledná efemerida	6
4	Fázová krivka zákrytového systému	6
5	Základné parametre zákrytového systému	7
6	Analýza zákrytov tretieho telesa	9
6.1	Reziduálna svetelná krivka	9
6.2	Efemerida tranzitujúceho telesa	9
7	Analýza a spracovanie O-C dát	11
7.1	Prvotné spracovanie	11
7.2	Periódová analýza	12
8	Predbežná analýza systému	14
8.1	Voľba parametrov	14
8.2	Numerická integrácia dráh v prípade hierarchického systému	16
8.3	Systém štyroch telies	17
9	Záver	18
10	Zoznam použitej literatúry	19

1 Úvod

Družica Kepler nás už 6 rokov zásobuje pozorovaniami veľmi vysokej kvality (Borucki et al. 2010). Dĺžka a presnosť pozorovaní z tejto družice nám umožňuje podrobnú analýzu napozorovaných objektov v zorných poliach Keplera počas misie K1 a neskôr po poruche stabilizačného systému družice aj počas prebiehajúcej misie K2 (Haas et al. 2014). Takéto kvalitné pozorovacie dáta vieme využiť na pozorovanie jemných efektov prítomných vo svetelných krivkách, ktoré nám môžu pomôcť odhaliť prítomnosť ďalších telies nielen v blízkosti osamotených hviezd, ale aj zákrytových dvojhviezd, akou je KIC 3832716.

Viacnásobné systémy pozostávajúce zo zložiek s malými sklonmi dráh produkujú zákryty prejavujúce sa dočasným poklesom jasnosti. Množstvo prichádzajúceho svetla sa v čase zákrytu mení z dôvodu blokovania svetla jednej zložky inou zložkou systému. Tvar svetelnej krivky a taktiež načasovanie zákrytov je cenným zdrojom informácií a ich analýza nám môže niečo napovedať nielen o základnom geometrickom usporiadaní zložiek ale aj o prebiehajúcich dejoch v systéme.

V tejto práci sme sa pokúsili analýzou svetelnej krivky nahliadnuť do základnej hierarchie systému a vysvetliť jej pozorované vlastnosti. Po popise použitých dát sme sa zamerali na presný výpočet obidvoch efemeríd, ktorých správne určenie bolo nevyhnutné pre ďalší postup. Využitím dostupných softvérových balíkov sme boli schopní určiť základné parametre centrálného zákrytového systému, z ktorých sme za určitých predpokladov odvodili absolútne parametre zložiek, ktoré sme neskôr využili v numerických integráciách dráh. Týmto prístupom sme sa snažili preveriť prítomnosť ďalších zložiek systému v rôznych konfiguráciách. Na základe výsledkov týchto simulácií sme boli schopní vyvodit' závery obmedzujúce prítomnosť 2. zákrytového páru na oblasť obežných periód omnoho dlhších ako je dĺžka meraní.

2 Použité dáta

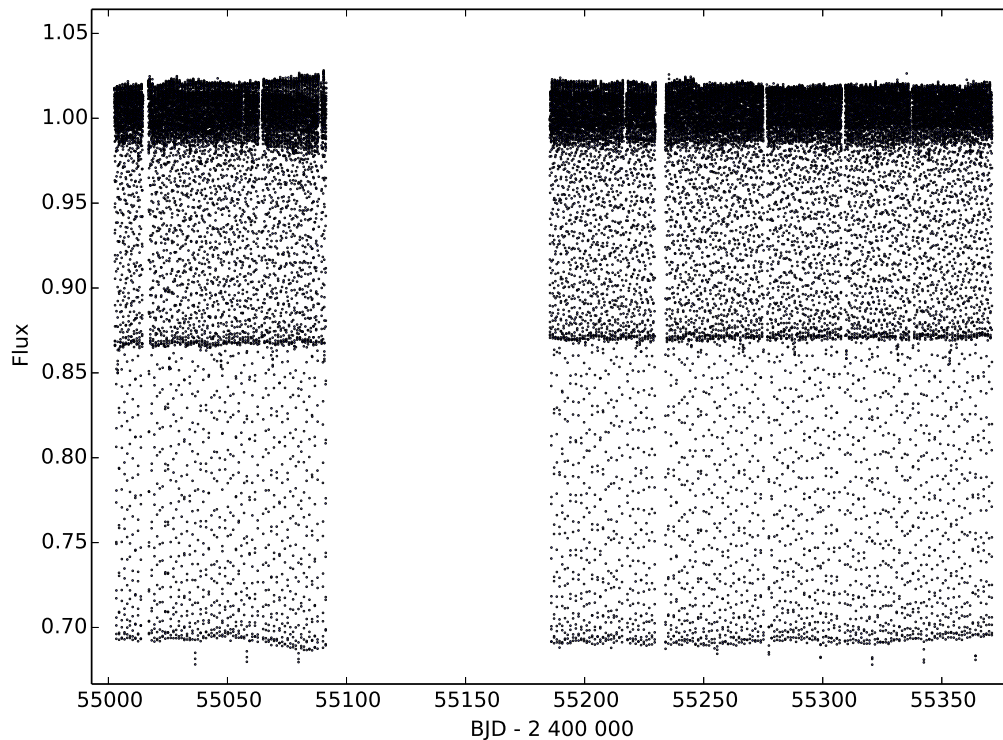
Pri analýze KIC 3832716 boli použité dáta z Keplerovho katalógu zákrytových dvojhviezd (Conroy et al. 2014). Použité boli len tzv. “short cadence” (SC) dáta, t.j. dáta s krátkou snímkovacou periódou, keďže vysoké časové rozlíšenie pozorovaní je nevyhnutné na dostatočne presné určenie časov minim. Základné informácie o použitých pozorovacích dátach sú uvedené v tabuľke 1.

Tab. č. 1: Základné informácie o KIC 3832716.

RA^A	DE^A	$m_{kep}^B (mag)$	Q	N
$19^h 01^m 34.6^s$	$38^\circ 54' 17.69''$	13.42	2,4,5	383532

Note: [A]-2MASS katalóg, [B]-databáza družice Kepler, Q - poradie vydania dát, N - počet dátových bodov

Hlavné rysy svetelnej krivky nasvedčujú, že ide o oddelený zákrytový systém s deformovanými zložkami, ktoré sa prejavujú elipsoidálnou variáciou svetelnej krivky mimo zákrytov. Celá svetelná krivka je zobrazená v grafe 1, kde sú už pozorovateľná ďalšia sada zákrytov, ktoré avšak ešte nie sú vhodné na ďalšie spracovanie, pretože sú značne deformované prítomnosťou oveľa výraznejších variácií v jasnosti spôsobených prítomnosťou zákrytovej dvojhviezdy.



Graf č. 1: Svetelná krivka KIC 3832716 zložená s SC dát (tab. 1). Zákryty patriace 3. telesu sú viditeľné v prípadoch, keď nastanú zároveň s primárnym, resp. sekundárnym minimom. Počet zobrazených dátových bodov bol zredukovaný na 10 %.

3 Efemerida zákrytového systému

3.1 Čas minima

Správne určenie času minima je úplne nevyhnutné, ak chceme analyzovať akékoľvek efekty v O-C diagramoch. Časy mínim boli určené fitovaním zákrytovej funkcie pomocou Monte-Carlo metódy využívajúcej Markovovský reťazec importovanej z balíka PyAstronomy¹. Formu zákrytovej funkcie sme prebrali z fenomenologických modelov kriviek zákrytových systémov (Mikulášek 2015). Tvar použitej zákrytovej funkcie je nasledovný:

$$F_{ek}(\vartheta) = A_k \left(1 + C_k \frac{\varphi_k^2}{D_k^2} \right) \left\{ 1 - \left\{ 1 - \exp \left[1 - \cosh \left(\frac{\varphi_k}{D_k} \right) \right] \right\}^{\Gamma_k} \right\} \quad (1)$$

$$\varphi_k = \vartheta - 0.5(k - 1) - \text{round}[\vartheta - 0.5(k - 1)]$$

kde $k = 1$ pre primárny a $k = 2$ pre sekundárny zákryt. Premenná ϑ je fázová funkcia získaná pomocou predbežnej lineárnej efemeridy:

$$\vartheta(t) = (t - M_0)/P \quad (2)$$

kde M_0 je čas minima a P je obežná perióda systému. Ďalšou časťou fitovacej funkcie je člen kompenzujúci prítomnosť elipsoidálnych variácií na svetelnej krivke:

$$F_{pk}(\vartheta) = B_k \cos(2\pi\vartheta) \quad (3)$$

a teda celková fitovacia funkcia po zohľadnení faktu, že napozorované dáta mimo zákrytov sú normované na jednotkový tok, vyzerá nasledovne:

$$F_k(\vartheta) = F_{ek}(\vartheta) + F_{pk}(\vartheta) + 1 \quad (4)$$

Vidíme, že naša fitovacia funkcia pozostáva z piatich nezávislých parametrov pre každý typ zákrytu. A_k je hĺbka zákrytu, C_k je parameter zodpovedný za tvar dna a okrajov zákrytu, D_k popisuje šírku zákrytov, Γ_k udáva špicatnosť zákrytu a B_k je jednoducho amplitúda elipsoidálneho člena.

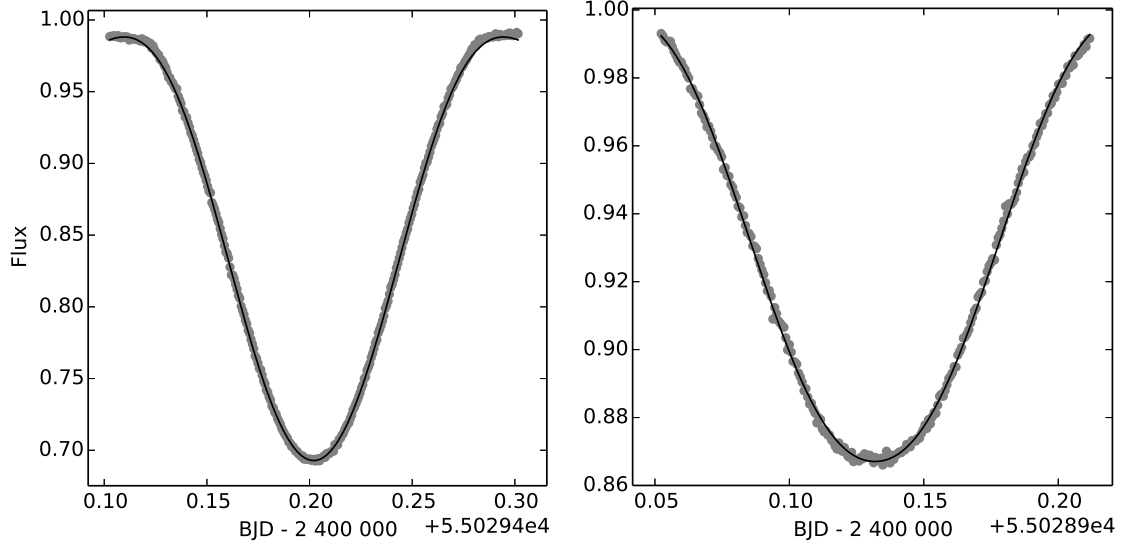
Oblasť fitovania sme obmedzili len na samotné zákryty, keďže fit, ktorý by dokázal popísať celú svetelnú krivku nášho systému, je veľmi problematické získať bez použitia dodatočných členov vo fitovacej funkcii, ktoré by výrazne zvýšili množstvo voľných parametrov. Aby sme znížili počet fitovaných parametrov v jednej fitovacej procedúre, fitovali sme primárne a sekundárne zákryty oddelene. Pretože naša fitovacia funkcia je pomerne výpočtovo náročná vzhľadom na celkový počet napozorovaných dátových bodov v jednotlivých zákrytoch, bolo potrebné zúžiť vyhľadávací priestor, na ktorom MCMC hľadala finálnu sadu parametrov. Na zúženie vyhľadávacieho priestoru pre MCMC metódu sme použili genetický algoritmus, kde sme aplikovali operátory mutácie a kríženia na jednotlivých sadách fitovaných parametrov v danej populácii. Ako funkciu kvality pre danú sadu parametrov p sme

¹<http://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Ins/Per/Czesla/PyA/PyA/index.html>

3 EFEMERIDA ZÁKRYTOVÉHO SYSTÉMU

Tab. č. 2: Základné parametre modelových zákrytov. ($N_{MCMC} = 5 \cdot 10^4$)

k	A_k	C_k	D_k	Γ_k	B_k
1	0.262	-0.595	0.0469	0.997	-0.0472
2	0.106	-0.675	0.0675	1.30	-0.0260



Graf č. 2: Fit primárneho (vľavo) a sekundárneho minima (vpravo). $N_{MCMC} = 10^5$.

využili váženú sumu štvorcov rozdielov nameraných a modelových tokov, kde y, y_{err} nameraný tok, resp. chyba merania.

$$Q(p, k) = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - F_{ki})^2}{y_{err_i}} \quad (5)$$

Následne po získaní predbežných hodnôt hľadaných parametrov sme tieto hodnoty spresnili pomocou metódy MCMC. Výsledné hodnoty parametrov sú uvedené v tabuľke 2.

Modelové krivky zákrytov získané pomocou nájdených parametrov z tabuľky 2 sme použili ako vzorové zákryty pre fitovanie jednotlivých zákrytov, kde však už parametre C_k, D_k, Γ_k, B_k ostali fixované a fitovali sme už len hĺbku zákrytu A_k fázový posun $\Delta\vartheta_k$, ktorý sme do funkcie modelového zákrytu zaviedli zmenou člena $\vartheta \rightarrow \vartheta - \Delta\vartheta_k$ vo vzťahoch (1) a (3). Parameter $\Delta\vartheta_k$ teda predstavuje fázový rozdiel, o ktorý daný zákryt predbieha, resp. zaostáva za predpovedanou hodnotou na základe predbežnej efemeridy. Teda čas i -teho minima vieme vyrátať z parametra modelu $\Delta\vartheta_k$ ako:

$$M_i = M_0 + P(i - 1) + \Delta\vartheta P \quad (6)$$

Príklad výslednej fitovacej funkcie je zobrazený na obr. 2, kde sa jedná o fit jedného zo sekundárnych miním.

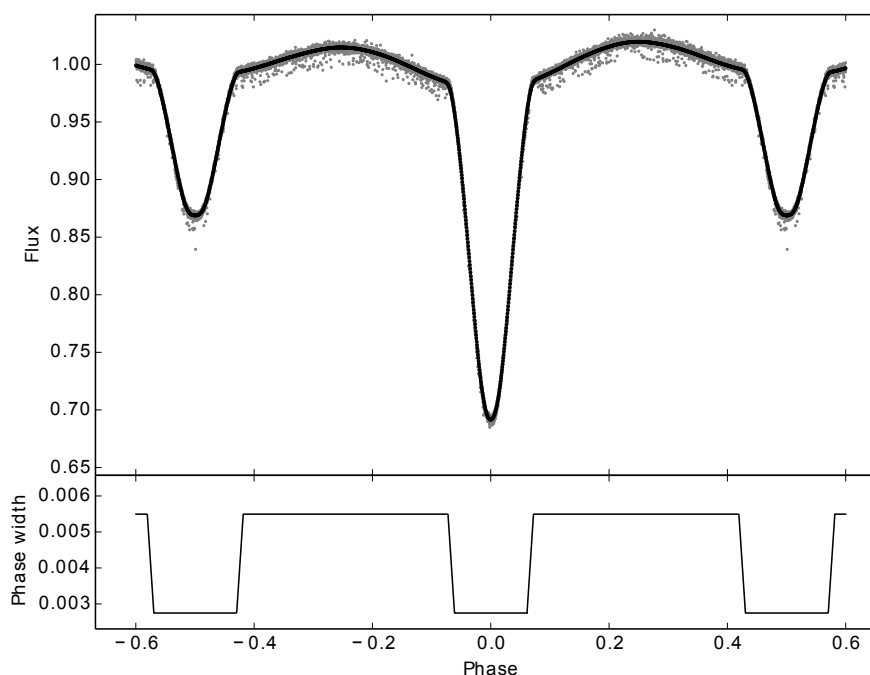
3.2 Obežná perióda a výsledná efemerida

Predbežná hodnota obežnej periódy bola určená na základe PDM metódy (The Phase Dispersion Minimization) (Stellingwerf 1978). Táto hodnota bola použitá ako predbežná obežná perióda P v časti 3.1. Konečná hodnota obežnej periódy s odhadom chyby bola určená lineárnym fitom časov miním ako funkcie epochy. Týmto spôsobom sme určili lineárnu efemeridu zákrytov nasledovne:

$$\text{Min } I = 2455003.338974(12) + 1.14187683(17) \times E \quad (7)$$

4 Fázová krivka zákrytového systému

Aby sme v ďalšom kroku mohli pristúpiť k analýze zákrytového systému pomocou softvérových balíkov ako Phoebe, musíme radikálne znížiť počet dátových bodov vo fázovej krivke, ktorú budeme ďalej používať. Taktiež sa vyžaduje od takejto krivky, aby v nej bolo zahrnutých čo najviac periodických javov spôsobených zákrytovým systémom ako sú zákryty, elipsoidálne variácie a reflexné efekty. Takúto fázovú krivku môžeme použiť nielen na analýzu zákrytového systému, ale aj k samotnému odstráneniu vyššie spomínaných javov zo svetelnej krivky v prípade, keď sa budeme zaoberať omnoho slabšími zákrytami, prítomnými na svetelnej krivke.



Graf č. 3: Vrchný graf ukazuje porovnanie pôvodnej fázovej krivky (sivé body) a výslednej vyhladenej fázovej krivky (čierna čiara). V dolnej časti je zobrazená funkcia fázovej šírky kľzavého priemeru v závislosti od fázy, kde bola použitá hodnota $k = 10$ počas zákrytov a $k = 20$ mimo nich.

Vzhľadom na značný počet dátových bodov, rozhodli sme sa použiť na túto úlohu metódu kľzavých priemerov. Jej základom bolo rozdelenie fázovej krivky na

$b = \frac{1}{\Delta}$ binov, do ktorých sme si rozdelili napozorované dáta podľa ich fázy. Δ je v našom prípade šírka nášho binu, ktorá bola stanovená na $\Delta = \frac{T_s}{P}$, kde $T_s = 58.85$ s, čo je snímkovacia perióda keplerovských SC dát (Gilliland et al. 2010). Následne sme pre danú hodnotu parametra k vyrátali vážený priemer tokov pre dáta v binoch vo vzdialenosti menšej ako k pre všetky biny. Problém nastávajúci na okrajoch fázovej krivky bol vyriešený zavedením periodických okrajových podmienok. Rôzne sklony fázovej krivky v zákrytoch a mimo nich si vyžadovali použitie rôznych hodnôt parametra k , pričom prechody medzi týmito regiónmi boli lineárne. Výsledná vyhladená fázová krivka je zobrazená na obr. 3 spolu s použitou fázovou šírkou pre klzavý priemer ako funkciou fázy.

5 Základné parametre zákrytového systému

Vyhladenú fázovú krivku z časti 4 už môžeme použiť ako vstupné dáta pre softvérový balík Phoebe 0.29d (Prša & Zwitter 2005). Relatívne krátka obežná doba systému a tvar fázovej krivky silne naznačujú takmer kruhové obežné dráhy a preto sme fixovali hodnotu excentricity na $e = 0$. Pre efektívnu teplotu primárnej zložky sme použili katalógovú hodnotu $T_{eff1} = 5926$ K (Conroy et al. 2014). Hodnota $A = 0.6$ bola použitá pre albedá a $g = 0.32$ pre gravitačné stemnenia na konvektívnych obálkach (Prša 2011). Koefficienty okrajového stemnenia boli interpolované z van Hammeho tabuliek (van Hamme 1993), pričom bolo použité logaritmické pravidlo.

Tab. č. 3: Parametre modelu zákrytového systému KIC 3832716.

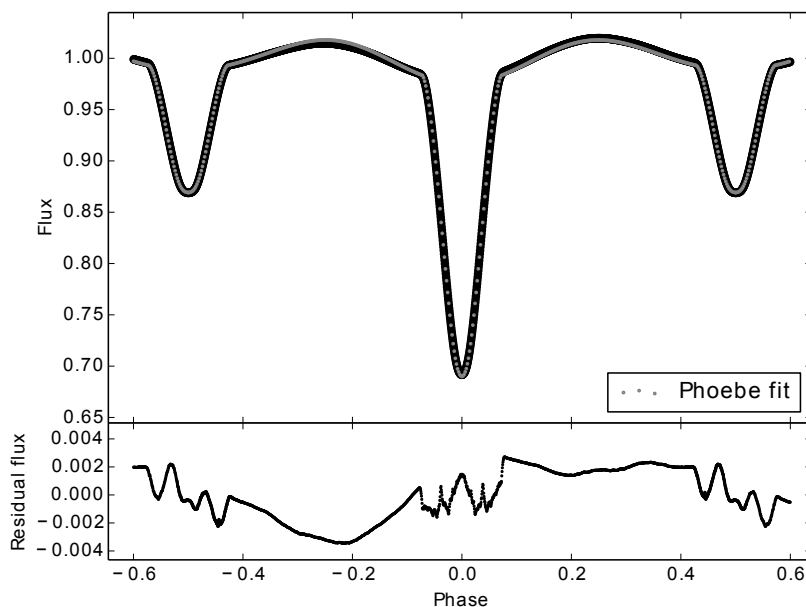
Parameter	Zložka	
	Primárna	Sekundárna
$T_{eff}(K)$	5926	4734(2)
Ω	4.149(2)	5.355(7)
R	0.293	0.163
r_{pole}	0.286	0.162
r_{point}	0.303	0.165
r_{side}	0.292	0.163
r_{back}	0.299	0.165
$i(^{\circ})$	82.26(3)	
$Q(m_2/m_1)$	0.684(1)	

Pozn: hodnoty polomerov sú uvedené v násobkoch SMA (hlavnej polosi)

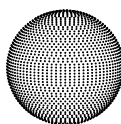
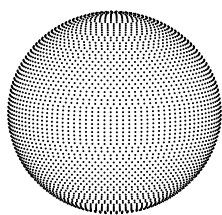
Vyhladená fázová krivka pozostávala z 1819 dátových bodov, pričom bola dosiahnutá kvalita fitu $\chi^2 = 0.050$. Nájdené parametre zákrytového systému sú uvedené v tabuľke 3 a výsledná syntetická krivka je zobrazená na obr. 4a. Z dôvodu možnej korelácie fotometrického pomeru hmotností Q so sklonom dráhy i , spočítali sme sumu štvorcov odchýlok syntetickej fázovej krivky σ pre parametre Q a i v okolí nami nájdených hodnôt. Z grafu 4c je vidieť, že pre hodnoty Q a i z tab. 3 nadobúda σ lokálne minimum. Napriek relatívne krátkej obežnej perióde model ukazuje, že

5 ZÁKLADNÉ PARAMETRE ZÁKRYTOVÉHO SYSTÉMU

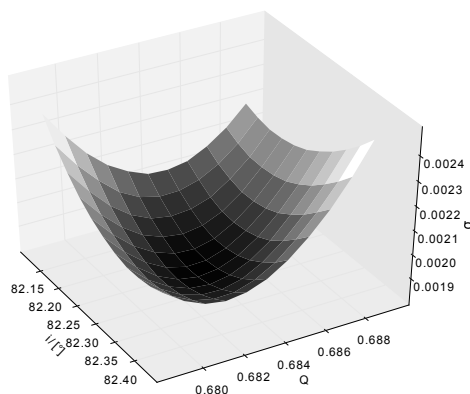
ide naozaj o oddelený zákrytový systém len s veľmi jemne deformovanými zložkami, ako je vidieť na obr. 4b.



(a)



(b)



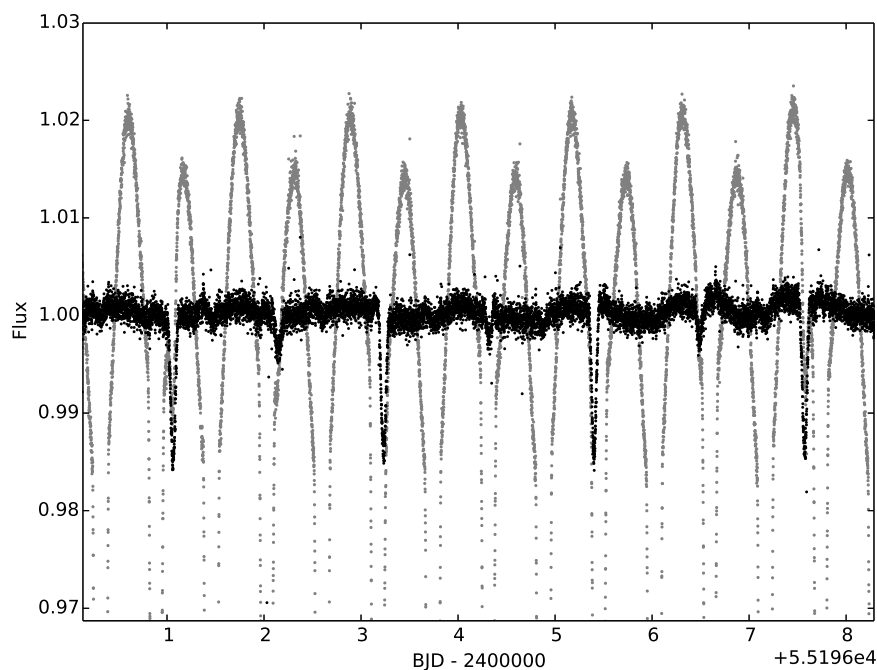
(c)

Graf č. 4: Na obr. a) vidíme porovnanie vyhladenej fázovej krivky so syntetickou krivkou spolu s reziduami. Veľmi zaujímavý je O'Connellov jav pozorovateľný hlavne v reziduách fitu, ktorý sa prejavuje rôznou výškou maxim na fázovej krivke. Tvar zložiek je znázornený na obr. b) vo fáze 0.25. Na obr. c) je znázornená suma štvorcov σ ako funkcia parametrov Q a i .

6 Analýza zákrytov tretieho telesa

6.1 Reziduálna svetelná krivka

Vyhladenú fázovú krivku z časti 4 vieme teraz odčítať od pôvodnej svetelnej krivky, pričom dostaneme reziduálnu svetelnú krivku. Táto reziduálna krivka by už v princípe nemala obsahovať variácie toku spojené so zákrytovým systémom, avšak efekty ako napr. možná prítomnosť škvŕn na povrchu (O'Connell efekt), ako aj poruchové pôsobenie tretieho telesa na dráhy zložiek dvojhviezdy môžu spôsobiť, že svetelná krivka zákrytového systému sa jemne mení v jednotlivých epochách. Ako vidíme na obr. 5, amplitúdy týchto efektov sú relatívne malé a sú odstrániteľné lokálnym detrendovaním reziduálnej krivky v okolí skúmaného zákrytu.



Graf č. 5: Reziduálna svetelná krivka s jasne viditeľnými zákrytami (čierne body). Pre porovnanie, sivou farbou je zobrazená originálna svetelná krivka.

6.2 Efemerida tranzitujúceho telesa

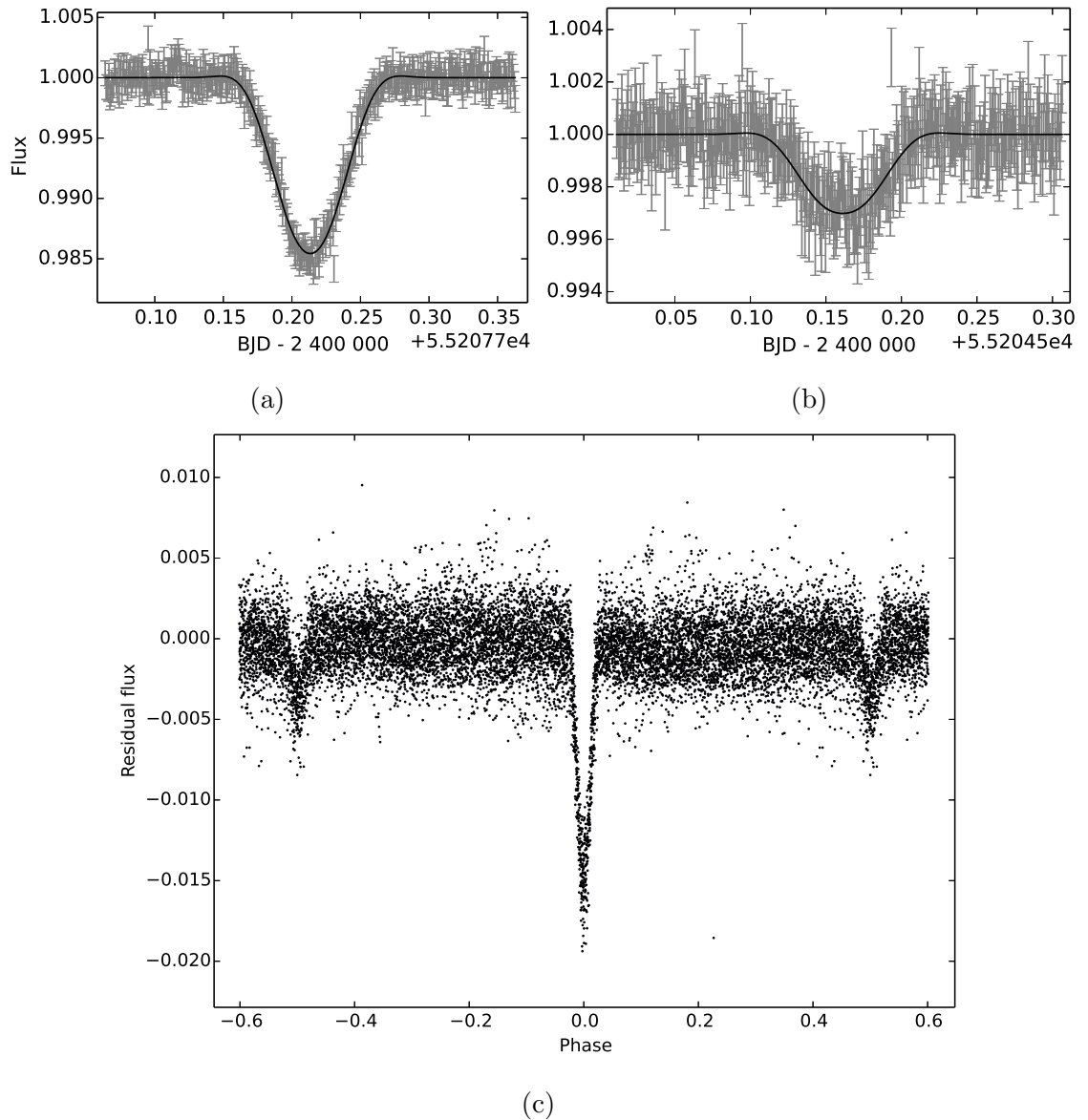
Časy minimálnych zákrytov 3. telesa sme určili podobne ako v prípade primárnych a sekundárnych zákrytov (časť 3.1). Avšak pre prítomnosť rôznych rezidií v reziduálnej krivke sme pred samotným fitovaním odstránili zo zákrytov kvadratické trendy. Na rozdiel od hlavných zákrytov sme z pôvodnej reziduálnej krivky vybrali intervaly trojnásobnej šírky ako je šírka zákrytu. Prvá a posledná tretina tohoto intervalu bola použitá na určenie trendu pomocou polynomiálneho fitu 2. rádu, ktorý sme potom odčítali od celého intervalu vrátane zákrytu. Tvary minimálnych pre oba typy zákrytov aj s ich fitmi sú znázornené na obr. 6a a 6b, pričom parametre týchto zákrytových funkcií sú v tabuľke č. 4. Obežná perióda 3. telesa bola určená rovnako ako v časti

6 ANALÝZA ZÁKRYTOV TRETIEHO TELESA

Tab. č. 4: Základné parametre modelových zákrytov. ($N_{MCMC} = 5.10^4$)

k	A_k	C_k	D_k	Γ_k	$B_k(10^{-6})$
1	0.0142	-0.270	0.0140	1.08	7.24
2	0.00310	-0.300	0.0142	1.31	-2.15

3.1. Výsledná fázová krivka získaná z neupravenej reziduálnej krivky je zobrazená na obr. 6c.



Graf č. 6: Príklady výsledných fitov miním tretieho telesa (obr. a),b)). Nižšie na obr. c) je znázornená fázová krivka.

Výsledné efemerida zákrytov 3. telesa je teda nasledovná:

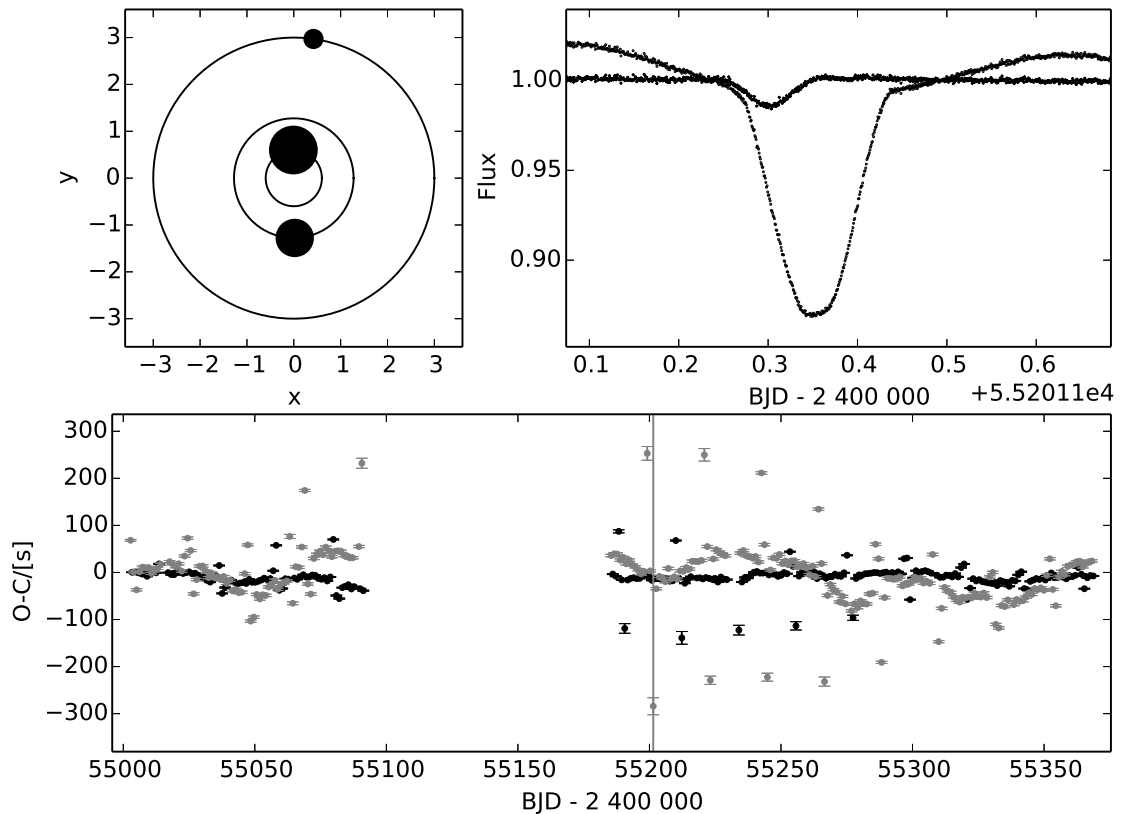
$$Min II = 2455003.90760(17) + 2.1702802(16) \times E \quad (8)$$

7 Analýza a spracovanie O-C dát

7.1 Prvotné spracovanie

Presnosti určených časov miním zákrytového systému nám dovoľujú skúmať efekty v týchto dátach s amplitúdou len niekoľko sekúnd. V dolnej časti obr. 7 sú viditeľné pravidelné odskoky od hlavného trendu O-C dát objavujúce sa približne každých 22 dní, ktorých amplitúda sa mení s periódou približne 340 dní. Ich charakter sa dá vysvetliť jednoducho, ak si znázorníme polohu jednotlivých telies a tvar svetelnej a reziduálnej krivky počas týchto odskokov (obr. 7, horný rad). Blízkosť zákrytu 3. telesa deformuje tvar zákrytu dvojhviezdy, čo následne posúva čas minima v smere zákrytu 3. telesa.

Periódy výskytov týchto spoločne nastávajúcich zákrytov sa dajú odvodiť jednoducho, ak si uvedomíme pomer obežných dôb 3. telesa a zákrytového systému je $P_3/P_1 \approx 1.90$. Vidíme, že naše 3. teleso vykoná 1 obch rýchlejšie, než by to zvládlo hypotetické teleso v rezonancii 1:2. Napíšme si fázové funkcie nášho tretieho telesa



Graf č. 7: Spodný graf ukazuje O-C dáta získané z primárnych (čierna) a sekundárnych miním (sivá). Sivá vertikálna čiara naznačuje pozíciu skúmaného zákrytu, ktorému sa detailne venuje horný rad grafov. Graf vľavo hore ukazuje pozíciu zložiek v čase sekundárneho miníma a vpravo je znázornené porovnanie svetelnej a reziduálnej krivky v okolí skúmaného miníma, kde vidíme ovplyvňovanie tvaru sekundárneho miníma zákrytom 3. telesa. Veľkosti telies a dráh v grafe vľavo hore sú len orientačné a nezodpovedajú skutočnosti.

a hypotetického telesa v rezonancii:

$$\Delta\varphi_3 = \frac{\Delta t}{P_3} \quad \Delta\varphi_1 = \frac{\Delta t}{2P_1} \quad (9)$$

Teraz sa pozrime na to, kedy sa fázový rozdiel týchto funkcií $\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1$ bude rovnať 1 alebo aký čas je potrebný na to, aby naše 3. teleso prebehlo hypotetické teleso v rezonancii o jeden celý obeh. Keďže naše teleso prechádza spojnicou pozorovateľ-t'ážisko dvakrát počas obehu (na začiatku a v polovici), naša hľadaná perióda pozorovaných odskokov v O-C dátach je len polovica z hodnoty Δt :

$$P_c = \frac{P_1 P_3}{2P_1 - P_3} \approx 21.9 \text{ d}, \quad (10)$$

čo je v súlade s pozorovaniami. Podobným spôsobom vieme odvodiť aj periódu variácie amplitúd, ak by sme uvažovali fázovú funkciu 3. telesa a telesa, ktorého perióda P_c by bola bezozvyšku deliteľná obežnou periódou P_3 , čiže máme na mysli hypotetické teleso, ktoré by sa po uplynutí periódy P_c dostalo do toho istého miesta na obežnej dráhe:

$$P_a = \frac{1}{10} \frac{P_3 P_c}{\frac{P_c}{10} - P_3} \approx 347 \text{ d}, \quad (11)$$

čo je taktiež v zhode s dátami.

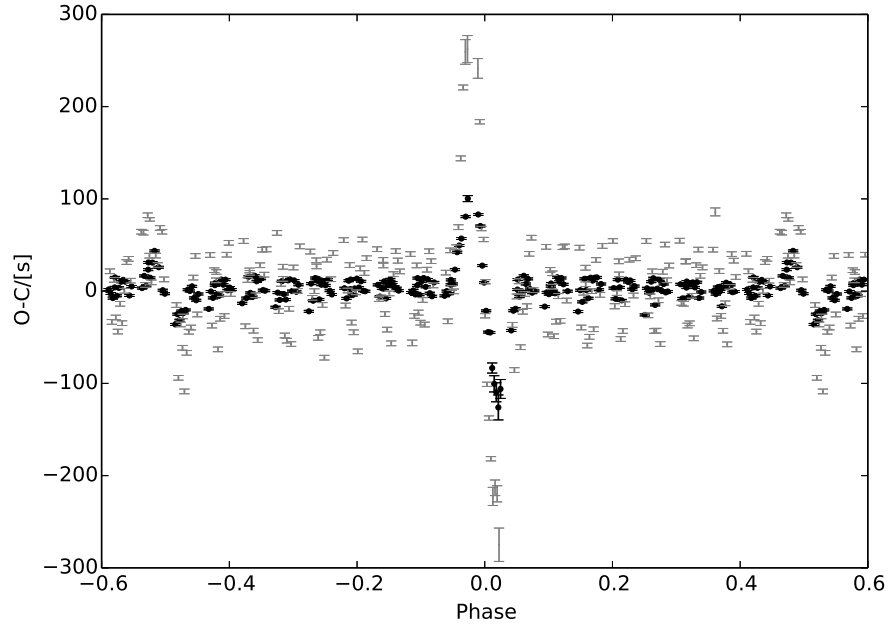
V prípade, že chceme skúmať trendy v centrálnej časti O-C diagramu, je nutné vyššie spomenuté deformované zákryty odstrániť. Spomínané deformované zákryty sú viditeľné v grafe 8, kde sú O-C dáta primárnych a sekundárnych miním znázornené ako funkcie fázy tretieho telesa. Z obrázka je zrejmé, v akom rozsahu fáz tretieho telesa sú zákryty deformované zákrytmi 3. telesa. Takto identifikované zákryty sú už ľahko odstrániteľné z O-C dát.

7.2 Periódová analýza

Upravené O-C dáta sme podrobili periódovej analýze. Bol použitý the generalised Lomb-Scargle periodogram (Zechmeister & Kürster 2009) s normalizáciou Horne-Baliunas, pretože je vhodný pre dáta nepravidelným rozmiestnením. Analyzovali sme O-C dáta primárnych, sekundárnych zákrytov a taktiež zákrytov 3. telesa v rozmedzí periód 10 až 500 dní. Výsledné periódové spektrá sú znázornené v grafe 9.

V spektrách sa objavili zaujímavé periódy okolo 57 a 300 dní, ktorých parametre sú uvedené v tab. 5. Na obr. 10 sme tieto detekované periódy zobrazili spolu s O-C dátami jednotlivých miním. Z obrázka vidíme, že periódy P_{11} a P_{21} sú si navzájom takmer v protifáze, čo by mohlo poukazovať na pomerne rýchle stáčanie priamky apsid. Ďalším možným vysvetlením by bola prítomnosť dlhodobých škvŕn na povrchu zložiek. Naznačovať by to mohol aj tvar fázovej krivky zákrytového systému na obr. 3 a 4a, kde je pozorovateľný O'Connellov jav, za ktorý je s najväčšou pravdepodobnosťou zodpovedná prítomnosť dlhodobých škvŕn. Tieto škvŕny môžu deformovať tvary miním, a teda môže taktiež posúvať časy miním rovnako, ako to bolo v prípade zákrytov 3. telesa, len v oveľa menšej mierke.

Naopak, periódy P_{12} a P_{22} sa zdajú byť navzájom vo fáze. Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že ide o LITE efekt spôsobený ďalším telesom s obežnou periódou



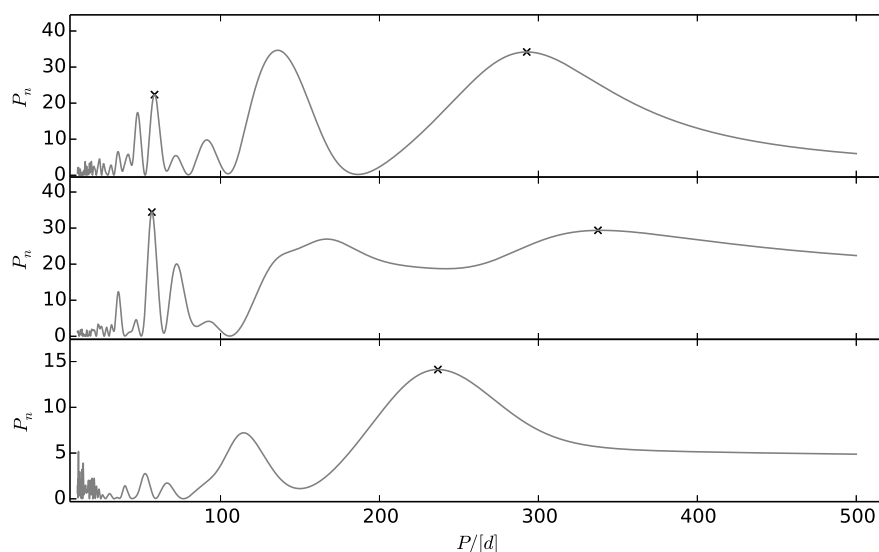
Graf č. 8: O-C časy primárnych (čierne) a sekundárnych miním (sivé body) vykreslené ako funkcia fázy tretieho telesa. V blízkosti zákrytov 3. telesa dochádza k posúvaniu času miním z dôvodu deformácie zákrytov.

Tab. č. 5: Detekované periódy v O-C dátach.

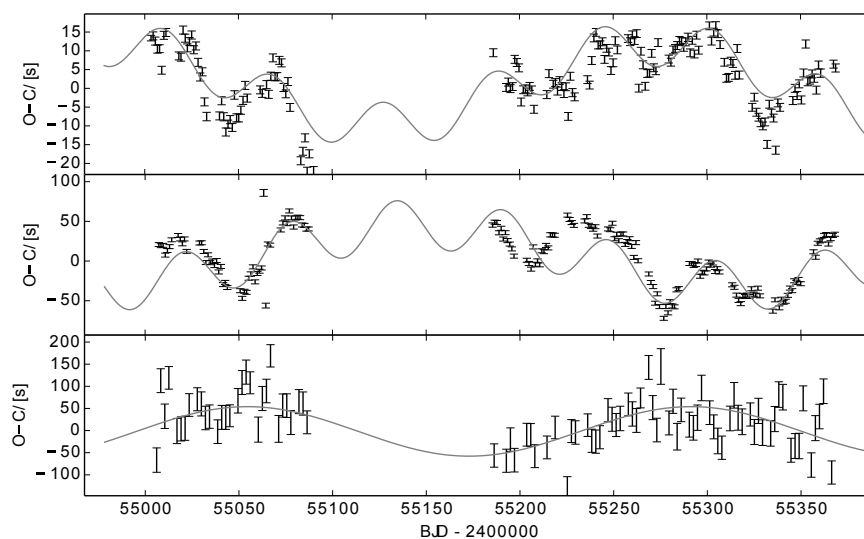
primárne zákryty					
	$P/[d]$	$A/[s]$	ϕ_0	P_n	FAP
P_{11}	292.7	10.94	2.45	38.96	$7.58 \cdot 10^{-18}$
P_{12}	58.5	6.19	2.23	22.98	$2.80 \cdot 10^{-10}$
sekundárne zákryty					
P_{21}	337.5	38.50	5.33	29.38	$1.31 \cdot 10^{-14}$
P_{22}	56.8	31.28	3.59	34.43	$4.64 \cdot 10^{-18}$
primárne zákryty 3. telesa					
P_{31}	236.7	55.95	4.41	14.13	$2.30 \cdot 10^{-6}$

P - perióda, A - amplitúda, ϕ_0 - začiatková fáza, FAP - false alarm probability

približne 57 dní. V tomto prípade by sme však vyžadovali od periód P_{12} a P_{22} , aby ich amplitúda bola rovnaká, čo sa nepozoruje. Taktiež v O-C dátach sekundárnych miním (obr. 10 stredný panel) je viditeľný skok vo fáze našej 57-dňovej periódy, čo sa taktiež nedá vysvetliť len prítomnosťou 4. telesa, avšak takéto správanie môže byť tiež spôsobené prítomnosťou škvŕn na povrchu.



Graf č. 9: Periódové spektrá O-C dát primárnych, sekundárnych zákrytov a primárnych zákrytov 3. telesa. Zaujímavé detekované periódy sú označené x. Ich detaily ako amplitúda a FAP (False Alarm Probability) faktor sú uvedené v tabuľke 5.



Graf č. 10: Znázornenie detekovaných periód O-C dát uvedených v tab. 5 pre primárne, sekundárne zákryty a primárne zákryty 3. telesa (menované zhora nadol). Vďaka vysokým chybám v určení času minima pre sekundárne zákryty 3. telesa sme tieto dáta nepodrobili periódovej analýze. Zaujímavé sú rôzne amplitúdy detekovaných periód v prípade O-C časov primárnych a sekundárnych zákrytov a taktiež skok vo fáze v prípade 57 d periódy v O-C časoch sekundárnych zákrytov.

8 Predbežná analýza systému

8.1 Voľba parametrov

I keď máme k dispozícii len fotometrické dáta a len obmedzené informácie o tomto systéme z databáz, vieme si za istých predpokladov pomôcť poznatkami o

hviezdnej stavbe a odhadnúť základné parametre zložiek centrálnej dvojhviezdy. Hlavným z týchto predpokladov je príslušnosť primárnej zložky k hviezdám hlavnej postupnosti. S teplotou $T_{eff1} = 5926K$ ju môžeme radit' ku skorému spektrálnemu typu G0. Za predpokladu, že zdrojom energie v tejto hviezde je pp cyklus, kde tvorba energie závisí na 4. mocnине teploty v horiacej vrstve a opacity riadiacej sa vzt'ahom $\kappa = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2.5}$, vieme hmotnosť primárnej zložky získať preškálovaním za pomoci homologických modelov hviezdnej stavby, kde by sme za druhú, referenčnú hviezdu zobrali Slnko, ktorého efektívnu teplotu a hmotnosť poznáme veľmi presne a jeho parametre sú veľmi blízke hodnotám primárnej zložky. Samotná závislosť vyzerá (Böhm-Vittense 1989):

$$T_{eff} \propto M^{1.12}, \quad (12)$$

teda hmotnosť primárnej zložky je:

$$M_1 = M_\odot \left(\frac{T_{eff1}}{T_{eff2}} \right)^{\frac{1}{1.12}} \approx 1.023 M_\odot \quad (13)$$

Podobne sa dá preškálovať aj ich polomer:

$$R \propto M^{\frac{1}{6}} \implies R_1 = R_\odot \left(\frac{M_1}{M_\odot} \right)^{\frac{1}{6}} \approx 1.0038 R_\odot. \quad (14)$$

Ostatné parametre sa už dajú získať pomocou parametrov modelu z časti 5 využitím zisteného pomeru hmotností a relatívnych rozmerov zložiek. Získané časy primárnych a sekundárnych miním silne naznačujú kruhové dráhy. Za tohoto predpokladu vieme polomery dráh r_1 a r_2 vyrátať nasledovne:

$$r_1 = k^{\frac{2}{3}} \frac{M_2^{\frac{1}{3}} P_1^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{1}{3}} \pi^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{1}{Q}\right)^{\frac{2}{3}}}; \quad r_2 = k^{\frac{2}{3}} \frac{M_1^{\frac{1}{3}} P_1^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{1}{3}} \pi^{\frac{2}{3}} (1 + Q)^{\frac{2}{3}}}, \quad (15)$$

kde k je gaussová gravitačná konštanta. Prehľad získaných parametrov sa nachádza v tabuľke 6.

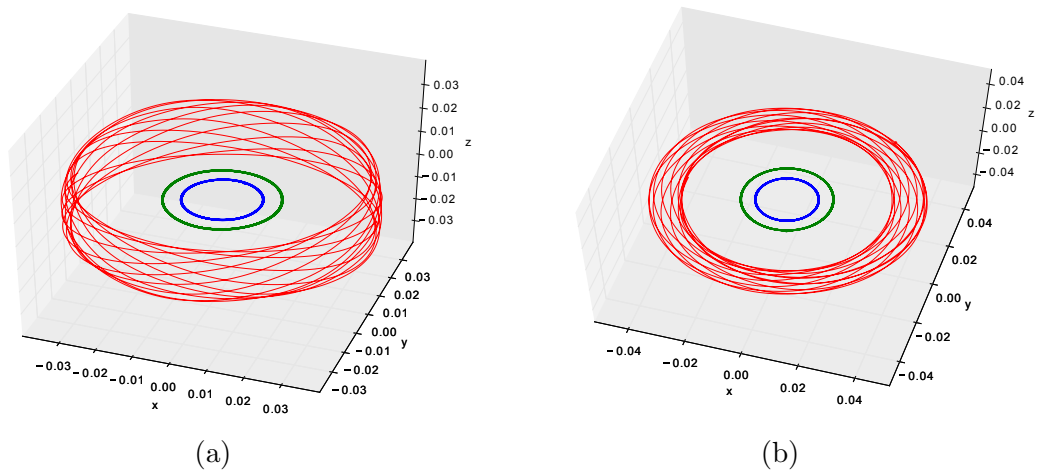
Tab. č. 6: Hodnoty absolútnych parametrov dvojhviezdy získané z homologických modelov hviezdnej stavby.

Parameter	Zložka	
	Primárna	Sekundárna
$M/[M_\odot]$	1.023	0.700
$R/[R_\odot]$	1.004	0.558
$r/[AU]$	0.010	0.015

8.2 Numerická integrácia dráh v prípade hierarchického systému

Hlbšie pochopenie dynamiky skúmaného systému od nás vyžaduje riešiť problém minimálne 3 telies, čo vo všeobecnosti nie je analyticky riešiteľný problém. Museli sme sa teda zaoberať s numerickým integrovaním dráh. Využili sme integrátor RA-15 (Gauss-Radau) (Neslušan 2009), kde sme použili parametre centrálnych telies z tabuľky 6. Hlavným účelom simulácie bolo nadobudnutie základnej predstavy o rozmiestnení telies v prípade hierarchicky usporiadaného systému a taktiež získanie základných obmedzení parametrov 3. telesa, ktoré by umožňovali existenciu stabilnej dráhy okolo dvojhviezdy s pozorovanou obežnou periódou.

Hneď prvým obmedzením na ktoré sme narazili je neexistencia prográdnej kruhovej alebo eliptickej stabilnej dráhy okolo centrálnej dvojhviezdy s hľadanou periódou. Všetky doteraz vykonané simulácie končili veľmi rýchlo únikom telesa zo sústavy alebo kolíziou s jedným z centrálnych telies. Najpravdepodobnejším vysvetlením sú relatívne dlhotrvajúce priblíženie 3. telesa s primárnou resp. sekundárnou zložkou, ktoré udeľujú 3. telesu impulzy radikálne meniace elementy jeho dráhy. Navyiac, obežné doby blízke rezonancií 1:2 spôsobujú, že sa po jednom obehu 3. telesa dané priblíženie opakuje a destabilizačný efekt sa týmto znásobuje. Naopak, retrográdne dráhy vykazovali pomerne veľkú stabilitu v celej dĺžke integračného časového intervalu. Stabilitu týchto dráh môže vysvetliť veľkými relatívnymi rýchlosťami zložiek a teda len veľmi krátko-trvajúcimi priblíženiami ktoré nedokážu dostatočne silno narušiť dráhu 3. telesa.



Graf č. 11: Ilustratívne príklady dráh 3.telesa so sklonom dráhy $i = 72^\circ$ (a), kde sa prejavuje stáčanie roviny obežnej dráhy a (b) dráhy s excentricitou $e = 0.15$ kde dochádza k stáčaniu priamky apsid.

Pri ďalších integráciách sme sa zamerali na telesá retrográdnou dráhou so rôznym sklonom dráhy voči centrálnej dvojhviezde. Ukazuje sa, že pri takomto usporiadaní telies dochádza k postupnej zmene dĺžky výstupného uzla t.j. dochádza k stáčaniu roviny obežnej dráhy ako je to viditeľné na obr. 11a. To by však spôsobovalo to, že počas doby pozorovaní by 3. teleso prechádzalo rôznymi časťami disku, čo by menilo tvar a celkovú hĺbku zákrytu resp. by k zákrytom vôbec nemuselo dochádzať. V

dátach však pozorujeme, že zákryty majú veľmi podobné parametre a vyskytujú sa pravidelne počas každej pozorovanej epochy. Z toho by sme mohli usúdiť, že sklon dráhy takéhoto 3. telesa by musel byť veľmi nízky a teda veľmi podobný sklonu dráhy samotnej dvojhviezdy. Podobne sme sa zaujímali dráhami s nenulovou excentricitou, pri ktorých dochádzalo k pomerne rýchlemu stáčeniu priamky apsid 11b, ktoré by sa prejavilo v napozorovaných časoch minim zákrytov 3. telesa.

8.3 Systém štyroch telies

V prípade hierarchického usporiadania systému, Newtonové zákony vyžadujú od 3. telesa kruhovú retrográdnú dráhu s rovnakým sklonom ako centrálna dvojhviezda, aby systém mohol produkovať svetelnú krivku, ktorú pozorujeme. Z evolučného hľadiska je retrográdna dráha nepravdepodobná. Retrográdna dráha by mohla naznačovať, že toto 3. teleso nevzniklo spolu s centrálnymi zložkami ale bolo zachytené dvojhviezdou. Taktiež O-C časy zákrytov 3. telesa, ktoré by museli vzniknúť prechodom 3. telesa popred centrálnu zložku, ktorá sama obieha okolo ťažiska, vykazujú veľmi malý rozptyl na podporu tejto hypotézy za predpokladu, že parametre centrálny dvojhviezdy boli určené správne.

Druhý variant usporiadania systému zahrňuje systém obsahujúci minimálne 4 zložky, ktorého súčasťou je dvojhviezda okolo ktorej vo väčšej vzdialenosti obieha 3. zložka, ktorej spoločník spôsobuje pozorované zákryty prechodom popred disk 3. telesa. Otázkou zostáva v akej vzdialenosti od centrálny zložky by sa táto dvojica telies mala nachádzať. Z obr. 10 a tabuľky č. 5 by sa mohlo zdať, že by dobrým kandidátom bola 57 dňová perióda P_{12} resp. P_{22} . Ukazuje sa však že, horný odhad hmotnosti perturbujúcej dvojice telies by bolo len 1% hmotnosti primárnej zložky, čo sa zdá byť malá hodnota pre produkovanie pozorovaných zákrytov. To by odsúvalo obežnú periódu týchto telies značne nad dĺžku samotných pozorovaní, aby sa LITE efekt týchto zložiek na časoch O-C dvojhviezdy nemal čas prejavíť.

9 Záver

KIC 3832716 predstavuje systém, ktorého svetelná krivka je produkovaná množstvom efektov, ktoré je potrebné od seba jednoznačne oddeliť a následne osobitne analyzovať, ak chceme pochopiť jeho základnú stavbu a dynamiku. Pomocou vyššie uvedených metód sme síce neboli schopní jednoznačne určiť parametre jednotlivých zložiek, no boli sme schopní nájsť isté obmedzenia pre tieto parametre. Prakticky sme vylúčili možnosť, že by sa pozorované dáta dali vysvetliť len vzájomnou interakciou troch telies.

Za najpravdepodobnejšiu alternatívu považujeme systém 4 telies, t.j. centrálnej zákrytovej dvojhviezdy a ďalšieho zákrytového páru produkujúceho druhú sadu zákrytov. Keďže sme vylúčili súvis tejto hľadanej dvojice s detekovanými periódami v O-C časoch primárnych a sekundárnych zákrytov, dolná hranica obežnej periódy sa preto musí pohybovať v rádoch rokov nevyklučujúc oveľa dlhšie časové škály.

Osobitnú pozornosť treba taktiež venovať O'Connelovmu javu prítomnému vo fázovej krivke (obr. 4a), ktorý je najhorúcejším kandidátom na vysvetlenie detekovaných periód variácií O-C časov minim, hlavne pre ich veľmi malú amplitúdu a polopravidelný charakter.

Na záver je potrebné vysloviť, že zber ďalších dát, nielen spektroskopických ale aj fotometrických, majúc na mysli hlavne farebnú fotometriu, bude veľmi prospešný pre ďalší posun v skúmaní tohoto objektu.

10 Zoznam použitej literatúry

- [Borucki et al. 2010] Borucki, W. J., Koch, D., Basri, G., et al., 2010, *Science*, 327, 977
- [Böhm-Vittense 1989] Böhm-Vittense, E., *Introduction to Stellar Astrophysics III*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, 114,115
- [Conroy et al. 2014] Conroy, E. K., Prša, A., Stassun, K. G., et al., 2014, *AJ*, 147, 45
- [Gilliland et al. 2010] Gilliland, R. L., Jenkins, J. M., Borucki, W. J., et. al., 2010, *ApJ*, 713, 160
- [Haas et al. 2014] Haas, M. R., Barclay, T., Batalha, N. M., et al., 2014, *AAS*, 223, 228
- [Irwin 1952] Irwin, J. B., 1952, *ApJ*, 116, 211
- [Mikulášek 2015] Mikuášek, Z., 2015, *A&A*, 584, A8
- [Neslušan 2009] Neslušan, L., *Uvodné kapitoly z nebeskej mechaniky*, Tatranská Lomnica, 135-143
- [Prša 2011] Prša, A., 2011, *PHOEBE scientific reference*, Villanova university, p. 55
- [Prša & Zwitter 2005] Prša, A., Zwitter, T., 2005, *ApJ*, 628, 426
- [Stellingwerf 1978] Stellingwerf, R. F., 1978, *ApJ*, 224, 953
- [van Hamme 1993] van Hamme, W., 1993, *AJ*, 106, 2096
- [Zechmeister & Kürster 2009] Zechmeister, M., Kürster, M., 2009, *A&A*, 496, 577