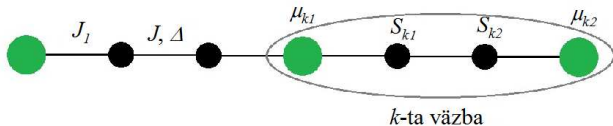


# KVANTOVÁ NELOKÁLNOSŤ A PREVIAZANIE V TRIMERIZOVANOM ISINGOVOM-HEISENBERGOVOM REŤAZCI

Jaroslav Pavličko

# Isingov-Heisenbergov trimerizovaný reťazec



$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{i,j} J \left[ \Delta \left( \hat{S}_i^x \hat{S}_j^x + \hat{S}_i^y \hat{S}_j^y \right) + \hat{S}_i^z \hat{S}_j^z \right] \\ + \sum_{k,l} J_1 \hat{S}_k^z \hat{\mu}_l^z - \sum_l H_A \hat{\mu}_l^z - \sum_k H_B \hat{S}_k^z$$

- ▶  $J$  - Heisenbergova interakcia
- ▶  $J_1$  - Isingova interakcia
- ▶  $\Delta$  - anizotropný parameter
- ▶  $H_A$  a  $H_B$  - vonkajšie magnetické polia pôsobiace na Isingove, respektíve Heisenbergove spiny

# Výpočet



- ▶ dekoračno-iteračná transformácia a metóda matice prechodu
- ▶ partičná funkcia Isingovho-Heisenbergovho reťazca:

$$\mathcal{Z} = A^N \mathcal{Z}_0(R, H),$$

kde  $\mathcal{Z}_0$  je partičnou funkciou ekvivalentného Isingovho reťazca

- ▶ hamiltonián pre Isingov reťazec:

$$\mathcal{H} = -R \sum_i \mu_i \mu_{i+1} - H \sum_i \mu_i$$

- ▶ Gibbsova voľná energia, magnetizácia
- ▶ korelačné funkcie
- ▶ redukovaná matica hustoty

# Výpočet

- ▶ Bellova nerovnosť pomocou Horodeckého predpisu:

$$\mathcal{B} = 2\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2} \leq 2,$$

kde  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  sú dve najväčšie vlastné hodnoty matice  $\mathcal{L}^T \mathcal{L}$ , kde

$$\mathcal{L}_{ij} = \text{Tr} [\rho (\sigma_i \otimes \sigma_j)], \quad i, j = 1, 2, 3$$

- ▶ concurrence definovaná Woottersom:

$$\mathcal{C} = \max \left\{ 0, \lambda_{max} - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 \right\},$$

kde  $\lambda_{max}$  je najväčšou a  $\lambda_i (i = 1, 2, 3)$  sú odmocninami vlastných hodnôt matice  $\rho \tilde{\rho}$ , kde

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \hat{\otimes} \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \hat{\otimes} \sigma_y)$$

# Výpočet

- ▶ výsledný predpis pre Bellovu funkciu:

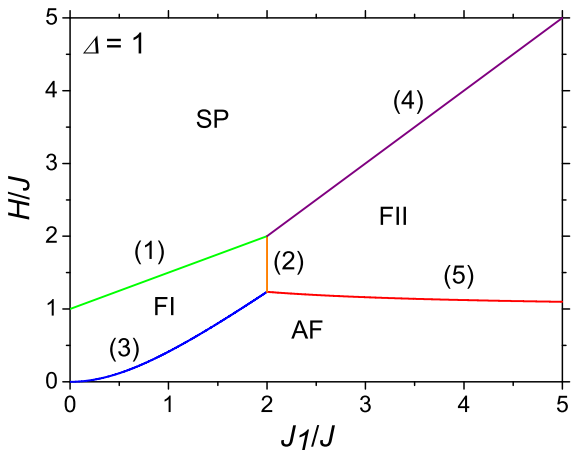
$$\mathcal{B} = \max \left\{ 8\sqrt{2(C^{xx})^2}, 8\sqrt{(C^{xx})^2 + (C^{zz})^2} \right\}.$$

- ▶ výsledný predpis pre concurrence:

$$\mathcal{C} = \max \left\{ 0, 4|C^{xx}| - 2\sqrt{\left(\frac{1}{4} + C^{zz}\right)^2 - m^2} \right\}.$$

- ▶  $C^{xx}$  -  $x$ -ová zložka korelačnej funkcie
- ▶  $C^{zz}$  -  $z$ -ová zložka korelačnej funkcie
- ▶  $m$  - uniformná magnetizácia

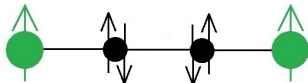
# Fázový diagram základného stavu



- ▶ AF - antiferomagnetická fáza; FI - feromagnetická fáza I; FII - feromagnetická fáza II; SP - saturovaná paramagnetická fáza

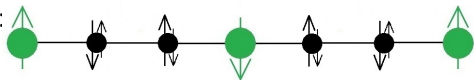
# Základný stav

- ▶ ferimagnetická fáza I:



$$|FI\rangle = \prod_{k=1}^N |\uparrow_{\mu_k}\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)_k$$

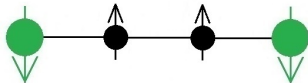
- ▶ antiferromagnetická fáza:



$$|AF\rangle = \prod_{k=1}^{N/2} |\uparrow_{\mu_{2k-1}}\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (a_- |\uparrow\downarrow\rangle - a_+ |\downarrow\uparrow\rangle)_{\mu_{2k-1}} |\downarrow_{\mu_{2k}}\rangle \otimes$$

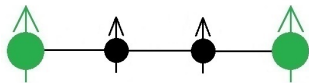
$$\frac{1}{\sqrt{2}} (a_+ |\uparrow\downarrow\rangle - a_- |\downarrow\uparrow\rangle)_{\mu_{2k}}, \text{ kde } a_{\pm} = \sqrt{\left[1 \pm \frac{J_1}{\sqrt{J_1^2 + J^2 \Delta^2}}\right]}$$

- ▶ ferimagnetická fáza II:



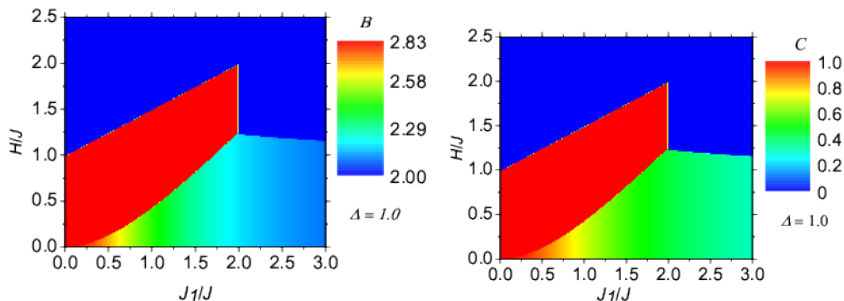
$$|FII\rangle = \prod_{k=1}^N |\downarrow_{\mu_k}\rangle \otimes |\uparrow\uparrow\rangle_k$$

- ▶ saturovaná paramagnetická fáza:



$$|SP\rangle = \prod_{k=1}^N |\uparrow_{\mu_k}\rangle \otimes |\uparrow\uparrow\rangle$$

# Základný stav

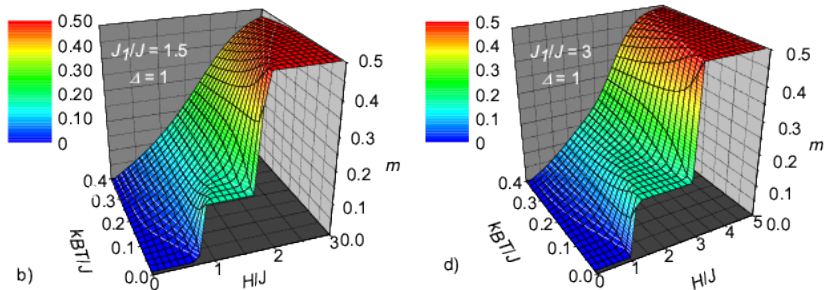


Obr.: Bellova funkcia (vľavo) a concurrence (vpravo) pre  $\Delta = 1$

- ▶ v okolí fázových prechodov pozorujeme prudké zmeny Bellovej funkcie aj concurrence
- ▶ podobný priebeh



# Magnetizačný proces

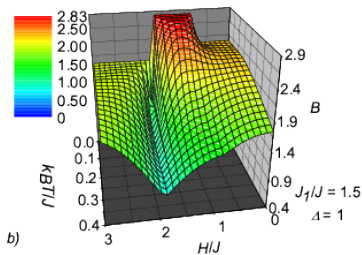
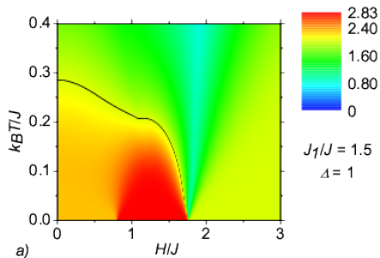


Obr.: magnetizácia pre dva rôzne pomery Isingovej a Heisenbergovej interakcie - vľavo:  $\frac{J_1}{J} = 1.5$ ; vpravo:  $\frac{J_1}{J} = 3$

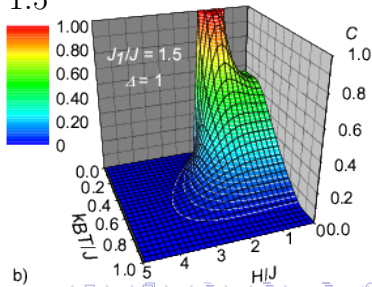
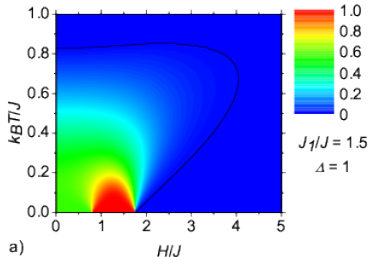
- ▶ nulové plató odpovedá antiferomagnetickej fáze AF
- ▶  $\frac{1}{3}$  plató odpovedá ferimagnetickým fázam FI, resp. FII
- ▶ saturácia odpovedá saturevanej paramagnet. fáze SP

# Bellova funkcia a concurrence

- ▶ Bellova funkcia pre  $\Delta = 1$  a  $\frac{J_1}{J} = 1.5$

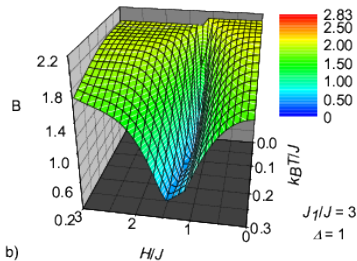
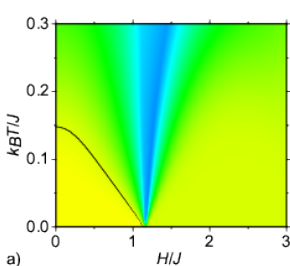


- ▶ concurrence pre  $\Delta = 1$  a  $\frac{J_1}{J} = 1.5$

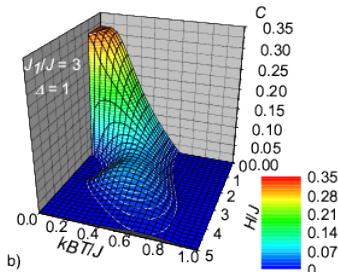
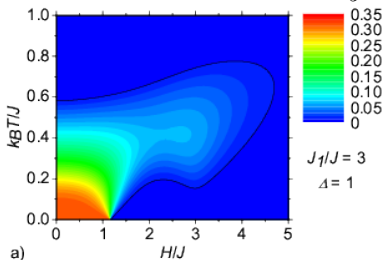


# Bellova funkcia a concurrence

- ▶ Bellova funkcia pre  $\Delta = 1$  a  $\frac{J_1}{J} = 3$



- ▶ concurrence pre  $\Delta = 1$  a  $\frac{J_1}{J} = 3$



# Záver

- ▶ základný stav
  - ▶ 4 fázy
  - ▶ prudké zmeny nelokálnosti a previazania v okolí fázových prechodov
- ▶ nenulové teploty
  - ▶ teplotná excitácia termálneho previazania a kvantovej nelokálnosti
  - ▶ vplyv magnetizačných platô na termálne previazania a kvantovú nelokálnosť
  - ▶ kvantová nelokálnosť implikuje kvantové alebo termálne previazanie
- ▶ budúcnosť
  - ▶ iné hodnoty  $\Delta$
  - ▶ zovšeobecnenie modelu na XYZ
  - ▶ vyššie spiny

Ďakujem za pozornosť