



Palacký University
Olomouc

Náměty k řešení úloh TMF 2018

Tomáš Opatrný

Přírodovědecká fakulta UP Olomouc

Praha, FJFI ČVUT, 20. 10. 2017

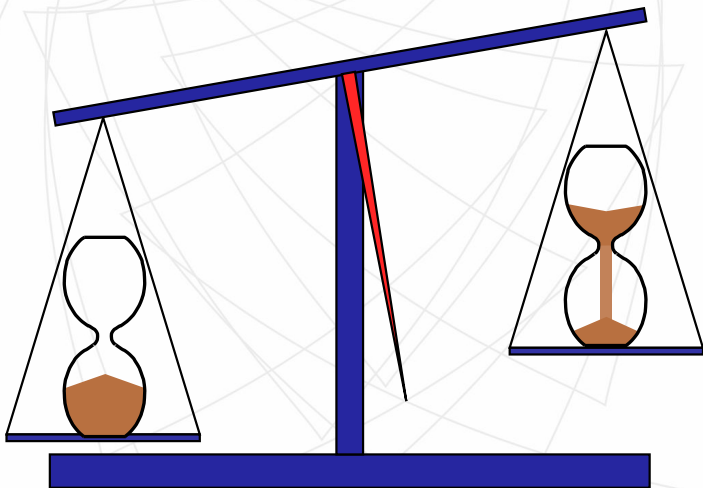
Úloha 13: vážíme čas

Jak známo, přesýpací hodiny během přesýpání mění svoji tíhu (údaj na číselníku váhy). Prozkoumejte tento jev.

Řešení č. 1:

Padající písek padá volným pádem, netlačí na podložku a nepřispívá tedy k celkové tíze přesýpacích hodin. Během přesýpání jsou hodiny lehčí.

Úloha 13: vážíme čas



Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 1:

- Nechť K je rychlost přesypání písku v kg/s, $K = dm/dt = m/T$, kde m je celková hmotnost písku a T je celková doba přesypání hodin.
- Nechť h je výška hodin.
- Pak doba, po kterou zrnko písku padá, je $\Delta t = \sqrt{2h/g}$.
- Během přesypání tedy v každý okamžik padá volným pádem písek o hmotnosti $\Delta m = m \frac{\Delta t}{T}$, čili úbytek tíhy je

$$\Delta F = -\Delta mg = -\frac{m\sqrt{2gh}}{T}.$$

Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 1:

- Např. pro $m = 10 \text{ g}$, $T = 1 \text{ min.}$, $h = 3 \text{ cm}$

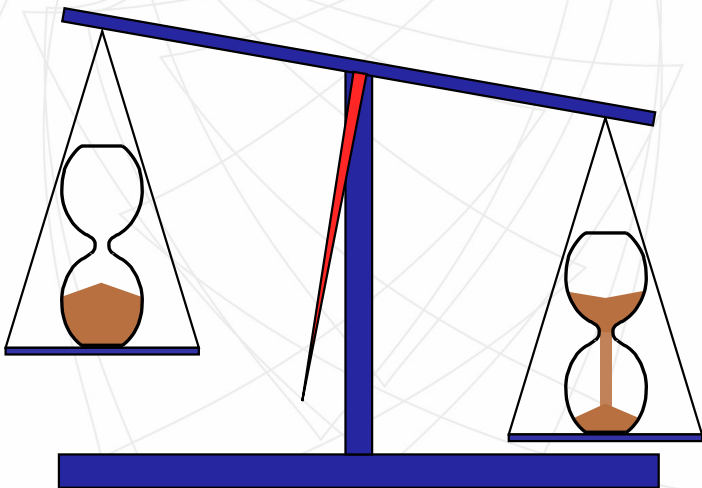
$$\Delta F = -\frac{m\sqrt{2gh}}{T} = -1.3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

- odpovídá -13 mg.

Řešení č. 2:

Dopadající písek je prudce bržděn. Ke změně jeho hybnosti je potřebná síla, kterou podložka působí na písek. Stejně velkou opačně orientovanou silou musí působit dopadající písek na podložku. Tato síla se přičte k tíze písku v klidu a během přesýpání jsou tedy hodiny těžší.

Úloha 13: vážíme čas



Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 2:

- Písek padající z výšky h má rychlost $v = \sqrt{2gh}$.
- Změna hybnosti písku o hmotnosti dm je tedy $-vdm = -\sqrt{2gh}dm$.
- Průměrná síla potřebná k zastavení písku je změna hybnosti za jednotku času, tedy $-vdm/dt = -vK = -\sqrt{2gh}m/T$.
- Stejně velkou, opačně orientovanou silou působí ubržděvaný písek dodatečně na podložku, tedy

$$\Delta F = +\frac{m\sqrt{2gh}}{T}.$$

Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 2:

- Např. pro $m = 10 \text{ g}$, $T = 1 \text{ min.}$, $h = 3 \text{ cm}$

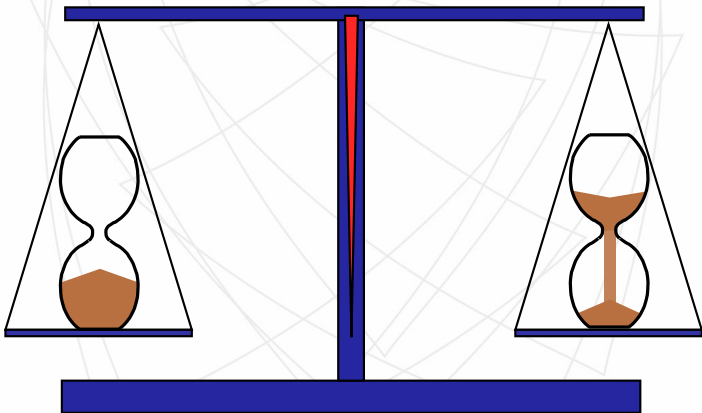
$$\Delta F = + \frac{m\sqrt{2gh}}{T} = +1.3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

- odpovídá $+13 \text{ mg}$.

Řešení č. 3:

Oba efekty se odečtou. K žádné změně tíhy nedojde.

Úloha 13: vážíme čas



Řešení č. 3:

- Proč by to ale dávali do TMF, když tam žádný efekt není?
- Možná se objeví nějaké efekty než se ustálí rovnoměrné sypání: zrnka začala padat a než dopadnou, jejich tíha se odečte od celkové tíhy hodin.
- Možná se objeví i nějaký efekt ke konci, při dopadu posledních zrněk...?
- ... možná je to ještě nějak jinak ...

Řešení č. 4:

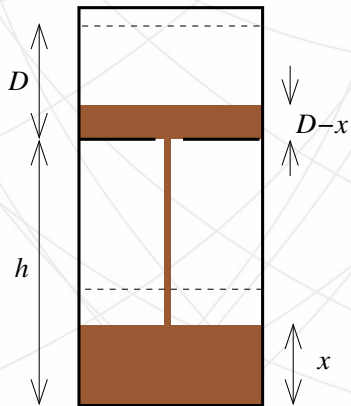
- Během přesýpání se přemisťuje těžiště soustavy.
- Pokud se těžiště přemisťuje nerovnoměrně, je k tomu zapotřebí dodatečná síla

$$m \frac{d^2 x_T}{dt^2}$$

- Stejně velkou opačně orientovanou silou pak působí těleso dodatečně na podložku.

Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 4:



Úloha 13: vážíme čas

Řešení č. 4:

Výška těžiště:

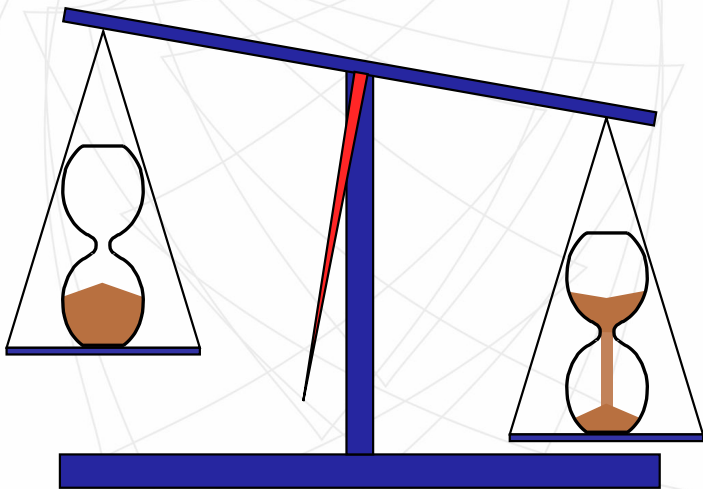
$$\begin{aligned}x_T &= \frac{x}{2} \frac{x}{D} + \left(h + \frac{D-x}{2} \right) \left(1 - \frac{x}{D} \right) \\&= h + \frac{D}{2} - \left(1 + \frac{h}{D} \right) x + \frac{x^2}{D}\end{aligned}$$

Pro $x = Dt/T$

$$\begin{aligned}x_T &= h + \frac{D}{2} - (D+h) \frac{t}{T} + D \frac{t^2}{T^2} \\ \frac{d^2 x_T}{dt^2} &= \frac{2D}{T^2}\end{aligned}$$

Těžiště se pohybuje dolů, ale rychlost se snižuje, zrychlení je směrem vzhůru.

Úloha 13: vážíme čas



Řešení č. 4:

Dodatečná síla na podložku je tedy

$$\Delta F = \frac{2Dm}{T^2}$$

Pro $D = 2 \text{ cm}$, $m = 10 \text{ g}$, $T = 1 \text{ min}$:

$$\Delta F = 10^{-7} \text{ N}$$

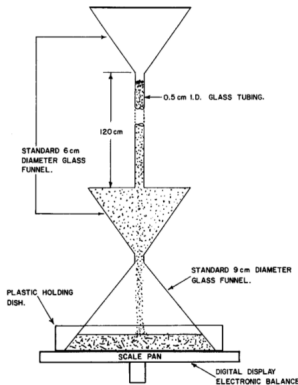
což odpovídá $10 \text{ } \mu\text{g}$

Úloha 13: vážíme čas

Podívejme se do literatury

Úloha 13: vážíme čas

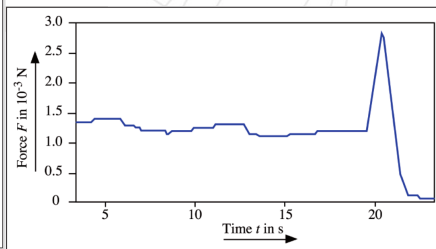
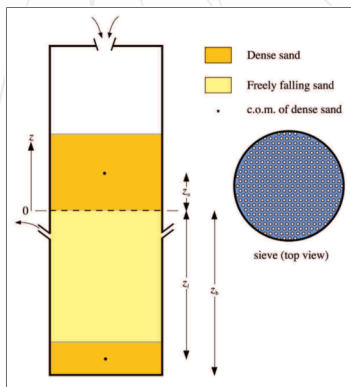
K. Y. Shen and B. L. Scott, "The hourglass problem", Am. J. Phys. **53**, 787 (1985).



Výška 120 cm, 10 až 15 s čas sesypání, skleněné kuličky, na vahách pozorovaná změna cca 49 mg.

Úloha 13: vážíme čas

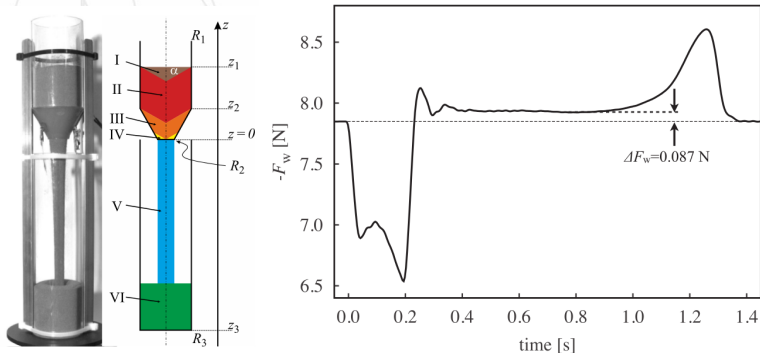
F. Tuinstra and B. F. Tuinstra, “The weight of an hourglass”,
Europhysics News 41(3), 25 (2010). DOI: 10.1051/epn/2010302



1,6 kg “silver sand”, zrnka do 0,2 mm, přesývání přes síto s 230 děrami
o průměru 2 mm, výška 20 cm.

Úloha 13: vážíme čas

A. Sack and T. Pöschel, “Weight of an hourglass—Theory and experiment in quantitative comparison”, Am. J. Phys. **85**, 98 (2017).



Výška cca 20 cm, 800 g bronzového prášku. Graf - průměr 6 měření, vysoce reprodukovatelné, “deviations between independent repetitions of the experiment are tiny . . . no more than the line width of the curve.”

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Jeden konec vodorovné pružné tyče upevněte k pevnému stojanu. Druhý konec zajistěte napjatým lankem tak, abyste zamezili svislému odklonu tyče, a zavěste na tento konec pomocí dalšího lanka malé závaží. U výsledného kyvadla mohou radiální kmity (rovnoběžné s tyčí) spontánně přejít v azimutální (kolmé na tyč) a obráceně. Prozkoumejte tento jev.

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

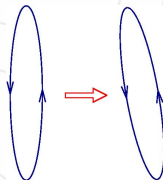
Foucaultovo kyvadlo: stáčí rovinu kyvu díky rotaci Země (Coriolisova síla, atd.)



Léon Foucault, 1851

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

George Biddell Airy, 1851, stáčení eliptické trajektorie kyvadla



VIII. *On the Vibration of a Free Pendulum in an Oval differing little from a Straight Line.* By G. B. AIRY, Esq., Astronomer Royal.

Read May 9, 1851.

In a paper communicated to this Society several years since, and printed in the eleventh volume of their *Memoirs*, I investigated the motion of a pendulum in the case in which it describes an oval differing little from a circle; and I showed that, if the investigation is limited to the first power

$$\text{Úhlová rychlost stáčení: } \Omega = \frac{3}{8} \frac{ab}{L^2} \omega$$

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Heike Kamerlingh Onnes, 1879 disertace "Nieuwe bewijzen voor de aswenteling der aarde" (Nové důkazy rotace Země)



Zkapalnění helia,
supravodivost,
1913 Nobelova cena



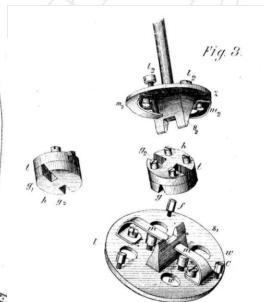
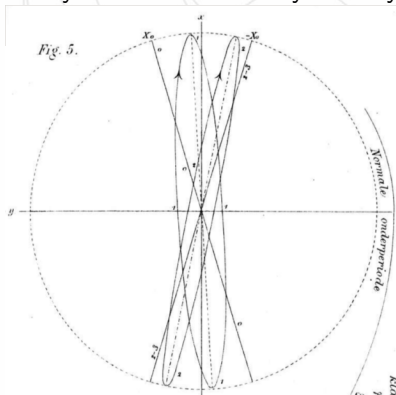
NIEUWE BEWIJZEN
VOOR
DE ASWENTELING DER AARDE.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT
TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE,
AAN DE RIJSUNIVERSITEIT TE GRONINGEN,
OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS
J^{HR}. D^R. B. H. C. K. VAN DER WIJCK,
HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE,
TEGEN DE BEDENKINGEN DER FACULTEIT IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN,
OP DONDERDAG 10 JULI 1879, DES NAMIDDAGS TE 2 UUR,
DOOR
HEIKE KAMERLINGH ONNES,
GEBOREN TE GRONINGEN.

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

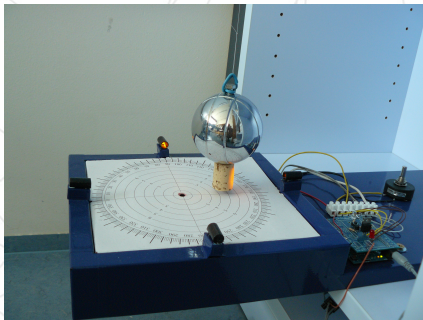
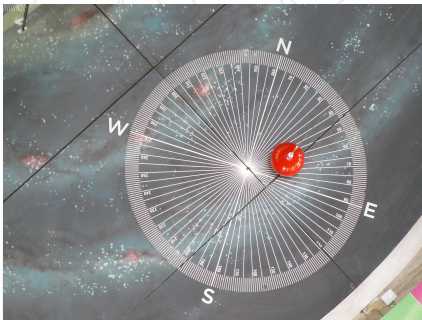
Heike Kamerlingh Onnes, 1879 disertace

Asymetrie kyvadla vede ke dvěma různým frekvencím ve dvou směrech.
Při rozkývání v odlišném směru přejde pohyb na eliptický.
Odstranění asymetrie nastavitelnými břity v závěsu.



Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Pozn.: Foucaultova kyvadla v Olomouci



Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Pozn. Allaisovo kyvadlo, údajná anomálie při zatmění Slunce



Maurice Allais, 1911-2010,
pokusy s kyvadlem 1954-1960
Nobelova cena za ekonomii 1988



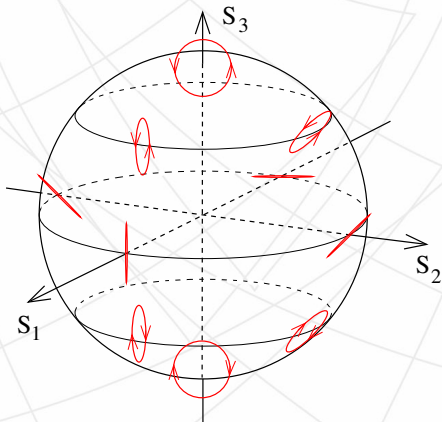
Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Měření a popis

- Čím měřit?
- Jak nejlépe popsat pohyb kyvadla?
- Všechny body v čase?
- Evoluce parametrů elipsy?

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

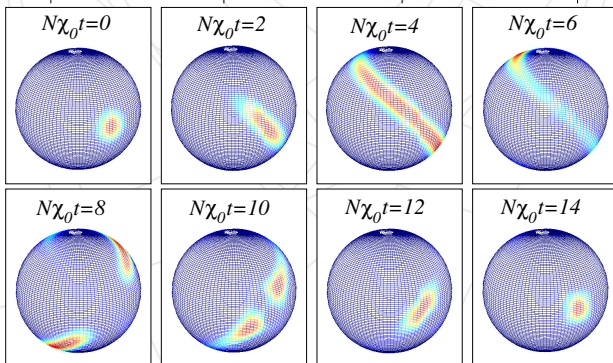
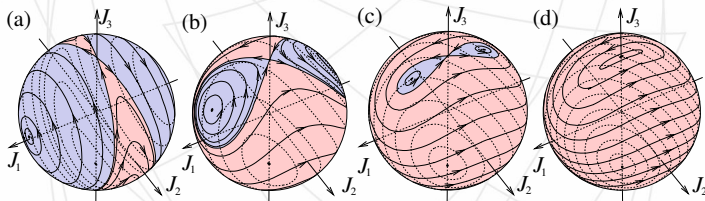
Inspirace z polarizace světla či dynamiky spinů:
Poincarého sféra (či Blochova sféra) a Stokesovy parametry

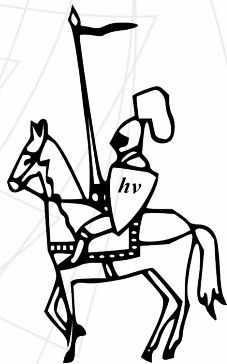


Jaké trajektorie na sféře vytváří měnící se pohyb kyvadla?

Úloha 11: Azimutálně-radiální kyvadlo

Pozn.: něco z dynamiky spinů a Boseho-Einsteinových kondenzátů
T.O. et al, arXiv:1708.07764 (2017); Phys. Rev. A 91, 053612 (2015)





Děkuji za pozornost - a - užijte si fyziku!