

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ

EXKLUZIVNÍ FEMTOSKOPIE
VÝZKUMNÝ ÚKOL

2017
Bc. JAKUB CIMERMAN

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ

EXKLUZIVNÍ FEMTOSKOPIE
VÝZKUMNÝ ÚKOL

Studijní program: Experimentální jaderná a částicová fyzika
Školící pracoviště: Katedra fyziky
Školitel: Doc. Dr. Boris Tomášik

Praha, 2017

Bc. Jakub Čimerman



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2016/2017

VÝZKUMNÝ ÚKOL

Student: Bc. Jakub Cimerman
Obor: Experimentální jaderná a částicová fyzika
Vedoucí úkolu: doc. Mgr. Boris Tomášik, Ph.D., FJFI ČVUT
Název úkolu (česky/anglicky):

Exkluzivní femtoskopie / Exclusive femtoscopy

Pokyny pro vypracování:

- Odvodit, jak závisí tvar korelační funkce na způsobu, jakým jsou události s různým tvarem zahrnuty ve zkoumaném vzorku. Prakticky je možné pojmy „podobný tvar“ a „odlišný tvar“ pracovním zavést pomocí metody *Třídění událostí podle tvaru*.
- Prozkoumat možnosti femtoskopických analýz pro třídy srážkových událostí, ve kterých se nesčítá přes události s příliš odlišným tvarem, zejména prozkoumat požadavky na množství částic ve vzorku potřebném pro měření velikosti zdroje.
- Zjistit, jak se ve tvaru korelační funkce a její závislosti na hybnosti částic projeví anizotropní rozpínání horké hmoty.

Součástí zadání výzkumného úkolu je jeho uložení na webové stránky katedry.

Literatura:

- [1] W. Florkowski: *Phenomenology of Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions*, World Scientific, Singapore, 2010
[2] U. A. Wiedemann: *Two-particle interferometry for noncentral heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C **57** (1998) 266
[3] C. Plumberg, U. Heinz: *Probing the properties of event-by-event distributions in Hanbury-Brown–Twiss radii*, Phys. Rev. C **92** (2015) 044906
[4] R. Kopečná, B. Tomášik: *Event Shape Sorting*, Eur. Phys. J. A **52** (2016) 115

Datum zadání: 20.10.2016

Datum odevzdání: 30.06.2017

.....
vedoucí katedry

Abstrakt

Už niekoľko desiatok rokov skúmajú vedci vo svetových laboratóriách zrážky atómových jadier pri vysokých energiách. Jedným z ich cieľov je skúmanie kvarkovo-gluónovej plazmy, ktorá pri týchto zrážkach vzniká. Po zrážke sa plazma postupne mení na plyn hadrónov, ktorý expanduje nerovnomerne. To má za následok merateľnú anizotropiu produkcie hadrónov. Anizotropia horúcej hmoty môže byť priestorová alebo expanzná.

Okrem samotného spektra anizotropia ovplyvňuje aj korelačnú funkciu. Korelačné polomery preto tiež vykazujú anizotropiu. V prvej časti tejto práci sa zaoberáme tým, ako priemerovanie ovplyvňuje tvar korelačnej funkcie. Preto aj sčítavaním gaussovských emisných funkcií môžeme dostať negaussovskú korelačnú funkciu.

V druhej časti sme sa zamerali na azimutálnu závislosť korelačných polomerov simulovaných udalostí. Ak udalosti zotriedime podľa ich podobnosti, budeme schopní skúmať korelácie malých tried udalostí.

Kľúčové slová: Korelačná femtoskopia, gaussovská funkcia, triedenie udalostí podľa tvaru

Abstract

Scientists in world laboratories investigate high energy collisions of atomic nuclei for several decades. One of their objectives is the research of quark-gluon plasma, which is created in these collisions. After collision, plasma changes into a gas of hadrons. The hot drop of matter is customarily called fireball. This fireball isn't homogeneous and expands anisotropically due to inhomogeneities of the initial energy density distribution. This leads to measurable anisotropy of produced hadrons. The anisotropy of the fireball can show up in its shape and expansion.

Anisotropies also affect the correlation function. Therefore correlation radii show an anisotropy. In the first part of this work we study how averaging influences the shape of correlation function. That's why we can get nongaussian correlation function by summing gaussian emission functions.

In the second part we focused on azimuthal dependence of correlation radii of simulated events. If we sort events by its similarity, we will be able to study correlations of small classes of events.

Keywords: Correlation femtoscopy, gaussian function, event shape sorting

Obsah

Zoznam obrázkov	ix
Zoznam použitých skratiek, značiek a konštánt	x
Úvod	1
1 Korelačná femtoskopia	3
1.1 Voľba súradníc	3
1.2 Smer expanzie	4
1.3 Emisná funkcia	5
1.4 Dvojčasticová korelácia	6
1.5 Blast-wave model	8
2 Emisné funkcie rôznych zdrojov	10
2.1 Gaussovská emisná funkcia	10
2.1.1 Výpočet korelačnej funkcie	12
2.1.2 Ustredňovanie cez veľkosť zdroja	13
2.1.3 Ustredňovanie cez uhol natočenia	15
2.2 Ustredňovanie v Blast-wave modeli	17
3 Simulácia produkcie častíc	21
3.1 Softvér	21
3.1.1 DRAGON	21
3.1.2 AMPT	22
3.1.3 CRAB	23
3.1.4 Yvenss	24
3.2 Azimutálna závislosť korelačných polomerov	24
3.3 Korelácie v podobných udalostiach	29
3.4 Ďalší výskum	35
Záver	36

OBSAH

viii

Literatúra

38

Zoznam obrázkov

1.1	Rozdiel medzi uhlami	5
1.2	Vzťah <i>osl</i> súradníc ku klasickým súradniciam	7
2.1	Nákres emisnej funkcie s vyznačenými polosami	11
2.2	Hustota pravdepodobnosti polomerov horúcej hmoty	12
2.3	Hustota pravdepodobnosti zrážkového parametra podľa Glauberovho modelu.	12
2.4	Ustrednená korelačná funkcia rovnomerného rozdelenia	14
2.5	Ustrednená korelačná funkcia nerovnomerného rozdelenia	15
2.6	Uhlovo ustrednené korelačné funkcie	16
2.7	Gaussovský fit korelačných funkcií	17
2.8	Lévy fit korelačných funkcií	18
2.9	Gaussovský fit korelačných funkcií blast-wave modelu	19
2.10	Neustrednená vs. ustrednená korelačná funkcia	20
3.1	Podobnosť rôzne natočených udalostí	25
3.2	Azimutálna závislosť HBT polomerov pre 10 000 udalostí	26
3.3	Azimutálna závislosť HBT polomerov pre 200 000 udalostí	27
3.4	Azimutálna závislosť HBT polomerov pre 5 000 udalostí z AMPT	28
3.5	Uhlové rozdelenie počtu častíc v jednotlivých triedach	29
3.6	Vývoj koeficientov v_2 a v_3 v triedach	30
3.7	Azimutálna závislosť R_o jednotlivých tried udalostí	31
3.8	Azimutálna závislosť R_s jednotlivých tried udalostí	32
3.9	Vývoj fourierovych koeficientov korelačných polomerov v triedach	34

Zoznam použitých skratiek, značiek a konštánt

SPS	Super Proton Synchrotron
CERN	Európska organizácia pre jadrový výskum
AGS	Alternating Gradient Synchrotron
BNL	Brookhaven National Laboratory
RHIC	Relativistic Heavy Ion Collider
LHC	Large Hadron Collider
HBT	Hanbury Brown & Twiss
DRAGON	DRoplet and hAdron GeneratOr for Nuclear collisions
AMPT	A Multi-Phase Transport Model
HIJING	Heavy Ion Jet Interaction Generator
ZPC	Zhang's Parton Cascade
ART	A Relativistic Transport Model
CRAB	CoRrelation After Burner
URQMD	Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics
MeV	megaelektrónvolt ($1 \text{ MeV} = 1,602 \times 10^{-13} \text{ J}$)
fm	femtometer
p_t	priečna hybnosť
m_t	priečna hmotnosť
Y	pozdĺžna rapidita
x^μ	štvorvektor polohy
u^μ	štvorvektor rýchlosti
p^μ	štvorvektor hybnosti
τ	pozdĺžny vlastný čas
η	časopriestorová rapidita
ϕ	uhol, pod ktorým sledujeme emisiu hadrónov
θ	polárny uhol
θ_b	uhol kolmý na povrch horúcej hmoty

E^*	energia meraná v pokojovej sústave
T	teplota vymrznutia
ρ	priečna rapidita
τ_0	vlastný čas vymrznutia
$\Delta\tau$	rozptyl vlastného času vymrznutia
$d\Sigma_\mu$	element trojrozmernej nadplochy horúcej hmoty
R_0	základný polomer horúcej hmoty
a_n	parametre priestorovej anizotropie
ρ_n	parametre expanznej anizotropie
θ_n	parametre rotácie anizotropií
$P(p_t, \phi)$	jednočasticové hybnostné spektrum
$P_2(p_1, p_2)$	dvojčasticové hybnostné spektrum
$S(x, p)$	emisná funkcia
$J(\bar{r}, \varphi)$	jacobián transformácie súradníc
v_n	koefficienty Fourierovho rozvoja hybnostného spektra
$C(q, K)$	korelačná funkcia
R_μ^2	korelačné polomery

Úvod

Určiť zloženie hmoty je jednou zo základných úloh fyziky. Vedcom sa už podarilo dokázať, že sa hmota skladá z atómov, tie sa ďalej skladajú z hadrónov a leptónov a hadróny sa skladajú z kvarkov. Za normálnych podmienok sa kvarky zoskupujú vo dvojiciach v mezónoch alebo v trojiciach v baryónoch. Pri veľmi vysokých tlakoch a teplotách je ale hustota hadrónov tak vysoká, že silná interakcia začne pôsobiť aj medzi kvarkami dvoch rôznych hadrónov a vznikne plyn oslobodených kvarkov a gluónov. Takéto skupenstvo látky nazývame kvarkovo-gluónová plazma. Pre fyziku je dôležitá najmä kvôli tomu, že tvorila vesmír pár milisekúnd po Veľkom tresku.

Teóriu o kvarkovo-gluónovej plazme priniesli teoretici v roku 1975. V 80. rokoch 20. storočia tak začali experimenty, ktoré mali dokázať existenciu tohoto skupenstva. Ako prví sa o to pokúšali vedci na urýchľovači Bevalac v meste Berkeley. Nepodarilo sa im ale vytvoriť dostatočne veľkú energiu pre vznik plazmy. Neskôr sa o to úspešnejšie pokúšali na urýchľovačoch SPS v CERN-e a AGS v laboratóriu BNL. Po získaní dostatočného množstva dát mohli vedci z CERN-u oficiálne vyhlásiť kvarkovo-gluónovú plazmu za objavenú v roku 2000. Ďalšie experimenty, v ktorých sa vedci snažia získať nové informácie, prebiehajú dodnes na urýchľovačoch RHIC v USA a LHC vo Švajčiarsku. V týchto experimentoch sa vedci snažia zistiť niečo viac o vlastnostiach plazmy.

Ultrarelativistické zrážky

A ako sa vlastne takáto plazma hľadá? Kvarkovo-gluónová plazma vznikla v dôsledku Veľkého tresku. Preto ak ju chceme vytvoriť, musíme vytvoriť akýsi malý tresk, v ktorom budú podmienky aspoň trochu porovnateľné s tými pri vzniku vesmíru. Preto staviame obrovské urýchľovače častíc. V laboratóriách urýchlime jadrá ťažkých prvkov (napr. ^{206}Pb) na rýchlosti tak blízke rýchlosti svetla, že sa pokojová energia týchto prvkov stáva zanedbateľnou oproti celkovej energii. Takéto rýchlosti nazývame ultrarelativistické. Energie pri tom môžu dosahovať hodnoty od niekoľkých GeV až po 2750 GeV/nukleón¹. Keď necháme dva takéto zväzky ťažkých jadier aby sa zrazili, môže vzniknúť hmota s hustotou energie dostatočnou pre vznik plazmy.

¹Toto je horná hranica energie na LHC.

To, že sme pri zrážke plazmu skutočne našli, nám prezradilo meranie potlačenia jetov. Jetý sú prúdy častíc, ktoré vychádzajú zo zrážky v tvare kužeľa. V prípade, že plazma pri zrážke vznikla, bude interagovať s prvotnými tvrdými partónmi, čo vedie k strate ich energie. Táto strata energie sa prejavuje v potlačení jetov. Kľúčovým pozorovaním bolo meranie uhlových korelácií produkovaných hadrónov na STARe. Zo zákona zachovania hybnosti vyplýva, že jetý musia byť vždy v pároch oproti sebe. Meranie však ukázalo, že k jetom chýbali ich partneri na druhej strane, ktoré boli potlačené, čo nám dokazuje existenciu kvarkovo-gluónovej plazmy.

Pri zrážkach častíc pri najvyšších dosiahnuteľných energiách teda dochádza ku vzniku kvarkovo-gluónovej plazmy. Tá sa v dôsledku obrovskej energie postupne rozpína a chladne. Keď jej hustota energie klesne pod určitú hranicu, plazma prestane existovať a zmení sa na plyn hadrónov. Kým je hustota energie ešte dosť vysoká, hadróny sa nachádzajú dosť blízko seba na to, aby na seba pôsobili silnou interakciou. Horúca hmota sa ďalej rozpína a chladne, až dokým silná interakcia nezanikne. Vtedy začnú byť hadróny z horúcej hmoty emitované. Tento proces nazývame vymrznutie.

Experimenty ukazujú, že pri zrážkach vznikajú anizotropie v pričnom reze zrážky. Produkcia hadrónov preto závisí od azimutálneho uhla. To dokazuje, že sa v horúcej hmote po zrážke nachádzajú nehomogenity. Nehomogenity spôsobujú gradient tlaku v horúcej hmote a teda tiež kolektívny pohyb hmoty. Vytvorením hydrodynamickej simulácie a porovnaním jej výsledkov s experimentom môžeme určiť tlak v hmote. Tlak je previazaný s hustotou energie v stavovej rovnici a jeho určením by sme tak mohli nájsť stavovú rovnicu.

Keďže sa jedná o prácu v oblasti relativity a jadrovej fyziky, budeme v nej používať pre zjednodušenie prirodzenú sústavu jednotiek $c = \hbar = k_B = 1$. V tejto sústave majú hmotnosť, hybnosť, energia a teplota rovnaký fyzikálny rozmer, ktorý budeme uvažovať v jednotkách MeV. Z prirodzenej sústavy jednotiek tiež vyplýva, že čas má rovnaký fyzikálny rozmer ako dĺžka, a obe veličiny budeme počítat v jednotkách fm. Zároveň platí vzťah prepájajúci tieto fyzikálne rozmery, ktorý vyplýva z toho, že $\hbar c = 1$ a tiež $\hbar c = 197,3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$. Platí teda

$$1\text{fm} = \frac{1}{197,3 \text{ MeV}}.$$

Kapitola 1

Korelačná femtoskopia

Pri ultrarelativistických jadrových zrážkach dochádza k fázovému prechodu za vzniku kvarkovo-gluónovej plazmy. Tá postupne chladne, rozpína sa a kvarky sa znovu združujú do hadrónov. Tie z horúcej hmoty vylietajú a sú detekované na detektoroch. Medzi bozónmi môžeme pozorovať koreláciu, ktorá je tam kvôli symetrizácii vlnových funkcií a kvôli vzájomnej interakcii bozónov, ktoré letia blízko seba. Z nich sa najčastejšie jedná o pióny. Meraním korelácie môžeme skúmať štruktúru horúcej hmoty na úrovni femtometrov.

Aby sme sa dostali ku korelačným funkciám, musíme najskôr zdefinovať niekoľko pojmov.

1.1 Voľba súradníc

Pri zrážkach častíc sa smer zväzku označuje ako os z . Tento smer je tiež nazývaný longitudinálny alebo pozdĺžny. Priečny rez zrážky nám vytvorí transverzálnu (priečnu) rovinu definovanú súradnicami x a y .¹ Keďže budeme skúmať expanziu v priečnej rovine, má zmysel zdefinovať si priečnu hybnosť a s ňou súvisiacu priečnu hmotnosť

$$p_t = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \quad (1.1)$$

$$m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}. \quad (1.2)$$

Pri ultrarelativistických rýchlostiach je vhodné zdefinovať si veličinu, ktorá bude opisovať rýchlosť efektívnejšie. Keď má častica rýchlosť napr. 0,99998, najefektívnejšou informáciou je pre nás to, koľko má toto číslo deviatok. Takouto veličinou je pozdĺžna rapidita

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_3}{E - p_3} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + v_3}{1 - v_3} \right). \quad (1.3)$$

¹Osi x , y a z budeme číslovať klasicky, t.j. $x_1 = x$, $x_2 = y$ a $x_3 = z$.

Rapidita má ešte jednu dôležitú vlastnosť, a to že sa pri Lorentzových transformáciach mení iba o konštantu. Pomocou rapidity môžeme napísať štvorvektor hybnosti v tvare

$$p^\mu = (m_t \cosh Y, p_t \cos \phi, p_t \sin \phi, m_t \sinh Y). \quad (1.4)$$

Podobne ako hybnosti môžeme aj súradnice z a t prepísať pomocou časopriestorovej rapidity η a pozdĺžneho vlastného času τ pomocou vzťahov

$$\tau = \sqrt{t^2 - z^2} \quad (1.5a)$$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t + z}{t - z} \right). \quad (1.5b)$$

Tieto vzťahy sa dajú prepísať do tvaru

$$z = \tau \sinh \eta \quad (1.6a)$$

$$t = \tau \cosh \eta. \quad (1.6b)$$

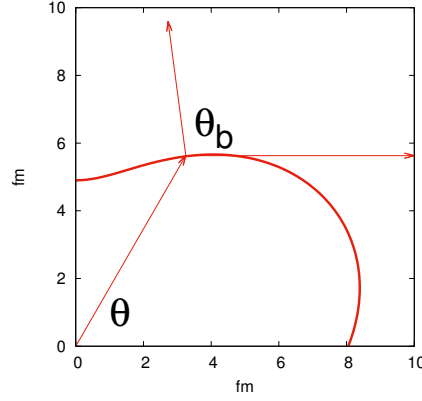
Súradnice v priečnej rovine môžeme prepísať pomocou klasických polárnych súradníc. Štvorvektor polohy potom môžeme písať ako

$$x^\mu = (\tau \cosh \eta, r \cos \theta, r \sin \theta, \tau \sinh \eta). \quad (1.7)$$

1.2 Smer expanzie

Pri emisii hadrónov z horúcej hmoty je dôležité uvedomiť si, akým smerom hmota expanduje. Je prirodzené uvažovať, že kolektívny pohyb hmoty je v smere od stredu horúcej hmoty. V prípade horúcej hmoty bez anizotropií je to jediná rozumná možnosť. Ak má hmota priestorovú anizotropiu, vzniká tu aj iná možnosť. Hmota sa môže kolektívne pohybovať v smere kolmom na svoj povrch. V tejto práci budeme uvažovať túto možnosť. Motiváciu nám k tomu dáva to, že pohyb hmoty je spôsobený rozdielnym tlakom a smer tohto pohybu je v smere najväčšieho gradientu tlaku. A ten je práve v smere kolmom na povrch. Navyše dáta namerané na detektore STAR [1] potvrdzujú správnosť tejto úvahy v prípade eliptickej anizotropie [2]. Táto skutočnosť nám do modelu pridáva ďalší uhol, ktorý budeme musieť zohľadniť v našich výpočtoch. Pre lepšiu prehľad budeme uhly označovať nasledovne:

- ϕ je azimutálny uhol hybnosti, pod ktorým sledujeme, ako sú hadróny emitované
- θ je uhol klasických polárnych súradníc, cez ktorý budeme integrovať emisnú funkciu
- θ_b je uhol kolmý na plochu horúcej hmoty prislúchajúci miestu na okraji hmoty ležiacom pod uhlom θ (obrázok 1.1).



Obr. 1.1: Rozdiel medzi uhlami. Na obrázku je znázornená definícia uhla θ_b a tiež ukážka toho, ako θ_b závisí na θ . Hrubá čiara znázorňuje okraj horúcej hmoty.

Hmota expanduje pod uhlom θ_b . Jej priečnu rýchlosť tak môžeme previesť do polárnych súradníc

$$v_x = v_t \cos \theta_b \quad (1.8a)$$

$$v_y = v_t \sin \theta_b. \quad (1.8b)$$

Priečna rýchlosť bude závislá od vzdialenosti od stredu hmoty. Štvorvektor rýchlosti si môžeme napísať pomocou priečnej rapidity ρ ako

$$u^\mu = (\cosh \eta \cosh \rho, \sinh \rho \cos \theta_b, \sinh \rho \sin \theta_b, \cosh \rho \sinh \eta). \quad (1.9)$$

Priečna rapidita ρ rastie so vzdialenosťou od stredu horúcej hmoty a práve ju využijeme na parametrizáciu expanznej anizotropie v nasledujúcej kapitole.

1.3 Emisná funkcia

Na opis emisie hadrónov sa zavádza emisná funkcia $S(x, p)$. Formálne ide o Wignerovu hustotu vo fázovom priestore. Udáva nám pravdepodobnosť emisie častice s hybnosťou p v mieste s polohovým štvorvektorom x . Emisná funkcia charakterizuje jednotlivé modely.

Integrovaním emisnej funkcie cez objem horúcej hmoty dostávame hybnostné spektrum emitovaných hadrónov

$$P(p_t, \phi) = \frac{d^3 N}{p_t dp_t dY d\phi} = \int S(x, p) d^4 x. \quad (1.10)$$

Toto spektrum závisí od uhla ϕ . Navyše vieme, že táto závislosť musí byť 2π -periodická. To nám hovorí, že spektrum môžeme rozvinúť do Fourierovho radu

$$P(p_t, \phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2 N}{p_t dp_t dY} \Bigg|_{Y=0} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n(p_t) \cos(n(\phi - \theta_n)) \right). \quad (1.11)$$

Tu sme sa zamerali iba na častice v strednej rapidite. Koefficienty Fourierovho rozvoja môžeme vo všeobecnosti vyjadriť v tvare

$$v_n(p_t) = \frac{\int_0^{2\pi} P(p_t, \phi) \cos(n(\phi - \theta_n)) d\phi}{\int_0^{2\pi} P(p_t, \phi) d\phi}. \quad (1.12)$$

Uhly θ_n nám určujú natočenie n -tej harmonickej zložky vzhľadom na reakčnú rovinu. Zároveň sú to parametre vo Fourierovom rozvoji.

1.4 Dvojčasticová korelácia

Ďalším vhodným prostriedkom na meranie vlastností jadrových zrážok je HBT femtoskopia. Jedná sa o meranie korelácií párov identických bozónov z horúcej hmoty. Túto metódu vymysleli na meranie uhlovej veľkosti rádioastronomických zdrojov v 50. rokoch Robert Hanbury Brown a Richard Q. Twiss. Aplikácia ich metód síce nie je rovnaká ako v jadrovej fyzike, ale princípy sú.

Skúmame koreláciu vzniku dvoch hadrónov s hybnosťami p_1 a p_2 . Korelačná funkcia je definovaná ako pomer dvojčasticového spektra a dvoch jednočasticových spektier. Korelačná funkcia má tvar

$$C(p_1, p_2) = \frac{P_2(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)} = \frac{E_1 E_2 \frac{d^6 N}{dp_1^3 dp_2^3}}{\left(E_1 \frac{d^3 N}{dp_1^3}\right) \left(E_2 \frac{d^3 N}{dp_2^3}\right)}. \quad (1.13)$$

Táto korelačná funkcia dosahuje hodnotu 1 vtedy, keď hadróny vôbec nekorelujú. To nastáva tiež v prípade, keď $|p_1 - p_2| \rightarrow \infty$. Naopak keď $|p_1 - p_2| \rightarrow 0$, korelačná funkcia vytvára vrchol. Z princípu neurčitosti vieme, že šírka tohoto špicu ako funkcia rozdielu hybnosti bude nepriamo úmerná veľkosti zdroja. Namiesto hybností p_1 a p_2 sme zaviedli hybnosti

$$K = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \quad (1.14a)$$

$$q = p_1 - p_2 \quad (1.14b)$$

Zdrojom častíc je horúca hmota charakterizovaná emisnou funkciou $S(x, p)$. Jednočasticové spektrum môžeme vypočítať podľa vzťahu (1.10). Korelačnú funkciu získame pomocou Fourierovej transformácie emisnej funkcie, čím dostaneme

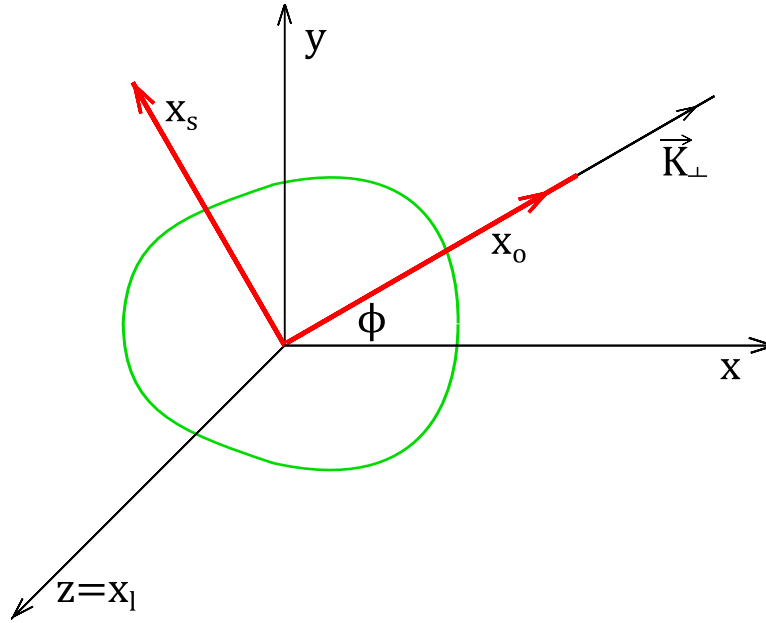
$$C(p_1, p_2) = C(q, K) = 1 + \frac{|\int d^4 x S(x, K) \exp(iqx)|^2}{\int d^4 x S(x, p_1) \int d^4 x S(x, p_2)}. \quad (1.15)$$

Fyzikálne zaujímavá je práve oblasť okolo špicu, preto uvažujeme malé hodnoty q , odkiaľ potom $p_1 \approx p_2 \approx K$. Rovnica (1.15) tak prejde do tvaru

$$C(q, K) - 1 \approx \frac{|\int d^4 x S(x, K) \exp(iqx)|^2}{\left(\int d^4 x S(x, K)\right)^2}. \quad (1.16)$$

V tomto momente je vhodné tiež pozmeniť sústavu súradníc. Konkrétne spravíme otočenie súradníc tak, aby os x bola otočená v smere priemetu vektora \vec{K} na priečnu rovinu. Túto os sme nazvali hlavnou x_o , os na ňu kolmú v priečnej rovine sme nazvali bočnou x_s a os z , ktorá sa nezmenila sme nazvali pozdĺžnou osou x_l ². Zmena súradníc je znázornená na obr. 1.2. V takýchto súradniciach je štvorvektor K rovný

$$K = (K_0, K_o, 0, K_l). \quad (1.17)$$



Obr. 1.2: Vzťah *osl* súradníc ku klasickým súradniciam. Na obrázku je zelenou farbou vyznačená horúca hmota, čiernou farbou klasické súradnice a červenou *osl* súradnice.

Rozložením korelačnej funkcie do Taylorovho radu v rozdielne hybnosti q a porovnaním s Gaussovým rozdelením sa dá ukázať, že korelačnú funkciu možno aproximovať do tvaru

$$C(q, K) - 1 \approx \exp(-q^\mu q^\nu \langle \tilde{x}_\mu \tilde{x}_\nu \rangle), \quad (1.18)$$

kde sme zaviedli značenie

$$\tilde{x}_\mu = x_\mu - \langle x_\mu \rangle \quad (1.19)$$

$$\langle f(x) \rangle (K) = \frac{\int d^4x f(x) S(x, K)}{\int d^4x S(x, K)}. \quad (1.20)$$

Je dôležité uvedomiť si, že štvorvektory q a K sú navzájom previazané rovnicou

$$q^\mu K_\mu = \frac{1}{2}(p_1^2 - p_2^2) = 0. \quad (1.21)$$

To znamená, že iba tri zložky relatívnej hybnosti q sú nezávislé. Tú štvrtú môžeme určiť pomocou hybnosti K

$$q^0 = \vec{q} \cdot \vec{\beta} = q_o \beta_o + q_l \beta_l. \quad (1.22)$$

²Indexy *osl* sú z anglických výrazov *out, side, longitudinal*.

kde $\vec{\beta} = \vec{K}/K^0$.

Keďže si q^0 vieme vyjadriť pomocou ostatných zložiek tohoto štvorvektora, nebude sa nachádzať v Gaussovej parametrizácii. Tú tak môžeme poskladať z troch zložiek vektora \vec{q}

$$C(q, K) - 1 = \exp(-R_o^2 q_o^2 - R_s^2 q_s^2 - R_l^2 q_l^2 - 2R_{os}^2 q_o q_s - 2R_{ol}^2 q_o q_l - 2R_{sl}^2 q_s q_l), \quad (1.23)$$

kde koeficienty R_i sú korelačné polomery alebo tiež HBT polomery. Po dosadení za q^0 do rovnice (1.18) dostaneme HBT polomery v tvare

$$R_o^2(K) = \langle (\tilde{x}_o - \beta_o \tilde{t})^2 \rangle (K) \quad (1.24a)$$

$$R_s^2(K) = \langle \tilde{x}_s^2 \rangle (K) \quad (1.24b)$$

$$R_l^2(K) = \langle (\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t})^2 \rangle (K) \quad (1.24c)$$

$$R_{os}^2(K) = \langle (\tilde{x}_o - \beta_o \tilde{t}) \tilde{x}_s \rangle (K) \quad (1.24d)$$

$$R_{ol}^2(K) = \langle (\tilde{x}_o - \beta_o \tilde{t}) (\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t}) \rangle (K) \quad (1.24e)$$

$$R_{sl}^2(K) = \langle (\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t}) \tilde{x}_s \rangle (K). \quad (1.24f)$$

HBT polomery nám dávajú informáciu o veľkosti oblasti, z ktorej sú emitované hadróny s danou priečnou hybnosťou.

1.5 Blast-wave model

Blast-wave model je teoretický model popisujúci produkciu častíc v zrážkach ťažkých iónov. Je charakterizovaný emisnou funkciou v tvare

$$S(x, p) d^4x = \frac{m_t \cosh(\eta - Y)}{(2\pi)^3} d\eta dx dy \frac{\tau d\tau}{\sqrt{2\pi} \Delta\tau} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{2\Delta\tau^2}\right) \times \exp\left(-\frac{p^\mu u_\mu}{T}\right) \Theta(1 - \bar{r}), \quad (1.25)$$

kde τ_0 je vlastný čas vymrznutia, $\Theta(x)$ je Heavisideova funkcia a $\bar{r} = \frac{r}{R(\theta)}$ je efektívny polomer udávaný v násobkoch vzdialenosti od počiatku súradníc k okraju horúcej hmoty.

Teraz do blast-wave modelu zakomponujeme dva typy anizotropií: priestorovú a expanznú. Priestorová anizotropia je nerovnomernosť tvaru horúcej hmoty. Hovorí o tom, že hmota, ktorá pri zrážke vznikne, nemá v priečnej rovine tvar kruhu, ale niečoho komplikovanejšieho a radiálne nesymetrického. Najjednoduchšie sme získali parametrizáciu priestorovej anizotropie v polárnych súradniciach. Okraj horúcej hmoty sme zadefinovali pomocou polomeru $R(\theta)$, ktorý opisuje, aká je vzdialenosť okraja horúcej

hmoty od stredu súradníc pod uhlom θ . Tento polomer môžeme napísať ako Fourierov rad

$$R(\theta) = R_0 \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} a_n \cos(n(\theta - \theta_n)) \right). \quad (1.26)$$

Anizotropia v produkcii hadrónov však nemusí vznikáť len nesymetrickým tvarom horúcej hmoty, ale tiež nepravidelným rozložením hadrónov vo vnútri hmoty. To má za následok, že hmota neexpanduje všetkými smermi rovnako rýchlo a hadróny z nej budú emitované do niektorých smerov viac ako do iných. Expanznú anizotropiu môžeme parametrizovať pomocou Fourierovho radu pre priečnu rapiditu. Rapidita rastie lineárne s efektívnym polomerom \bar{r} . Je to kvôli tomu, že uprostred horúcej hmoty musí byť priečna rapidita z dôvodu symetrie nulová. Pre priečnu rapiditu sme preto postulovali vzťah

$$\rho(\bar{r}, \theta_b) = \bar{r} \rho_0 \left(1 + \sum_{n=2}^{\infty} 2\rho_n \cos(n(\theta_b - \theta_n)) \right), \quad (1.27)$$

kde ρ_0 a ρ_n sú parametre tejto anizotropie. Uhly θ_n sú rovnaké ako vo vzťahu pre priestorovú anizotropiu.

Kapitola 2

Emisné funkcie rôznych zdrojov

Experimentálne dáta ukazujú, že korelačné funkcie nie sú Gaussovské. Môžeme sa preto domnievať, že ani emisné funkcie nie sú Gaussovské. Experimentálne určené korelačné funkcie však neopisujú jednotlivé eventy, ale sú výsledkom presumovania korelačných funkcií cez všetky eventy. Tento proces môže mať taktiež vplyv na tvar meranej korelačnej funkcie.

2.1 Gaussovská emisná funkcia

Uvažujme zdroje emitujúce častice s eliptickou anizotropiou. Pre veľký počet eventov máme takýchto zdrojov mnoho, pričom každý z nich má iný tvar a iné vlastnosti. Na začiatok uvažujme, že emisné funkcie týchto zdrojov majú tvar Gaussovského rozdelenia:

$$S(x, y) = Ne^{-ax^2 - by^2 + 2cxy}, \quad (2.1)$$

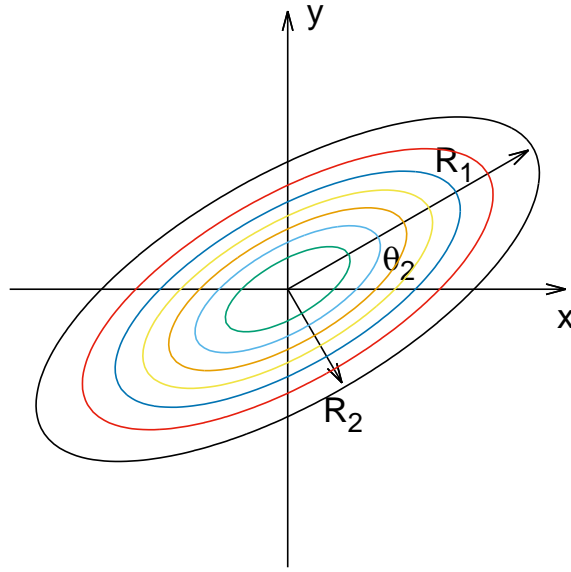
kde N je normalizačná konštanta a koeficienty a , b a c môžeme vyjadriť pomocou šírky hlavnej a vedľajšej osi vzniknutej elipsy a pomocou uhlu naklonenia podľa vzťahov

$$a = \frac{\cos^2 \theta_2}{2R_1^2} + \frac{\sin^2 \theta_2}{2R_2^2} \quad (2.2a)$$

$$b = \frac{\sin^2 \theta_2}{2R_1^2} + \frac{\cos^2 \theta_2}{2R_2^2} \quad (2.2b)$$

$$c = -\frac{\sin 2\theta_2}{4R_1^2} + \frac{\sin 2\theta_2}{4R_2^2} \quad (2.2c)$$

Korelačnú funkciu získame z emisnej funkcie podľa vzťahu (1.16). Profil zdroja v pozdĺžnom smere sa faktorizuje a tak sa budeme zaoberať len tvarom korelačnej funkcie



Obr. 2.1: Nákres emisnej funkcie s vyznačenými polosami

v priechnej rovine. Najprv vypočítame menovateľ tohoto vzťahu:

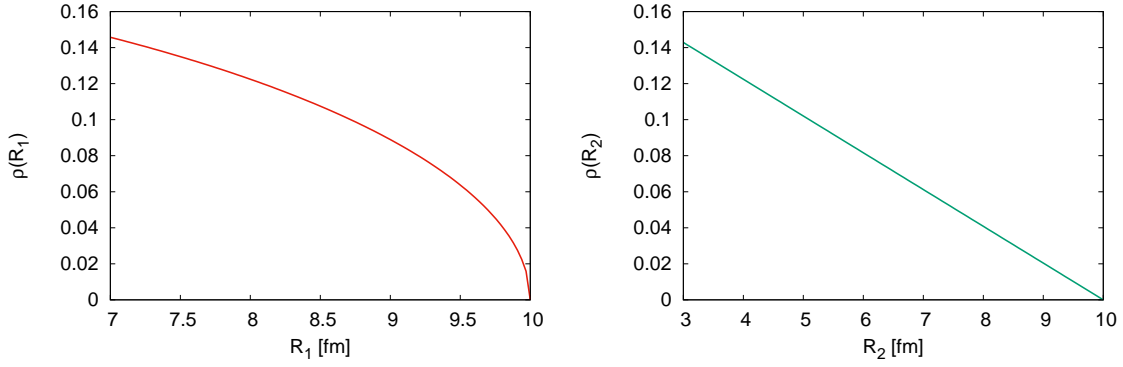
$$\begin{aligned} \iint_{-\infty}^{\infty} S(x, y) dx dy &= \iint_{-\infty}^{\infty} N e^{-ax^2 - by^2 + 2cxy} dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} N e^{-a(x - \frac{c}{a}y)^2 - (b - \frac{c^2}{a})y^2} dx dy \\ &= N \sqrt{\frac{\pi}{a}} \sqrt{\frac{\pi}{b - \frac{c^2}{a}}} = \frac{N\pi}{\sqrt{ab - c^2}} = N2\pi R_1 R_2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Takejto emisnej funkcii odpovedá korelačná funkcia

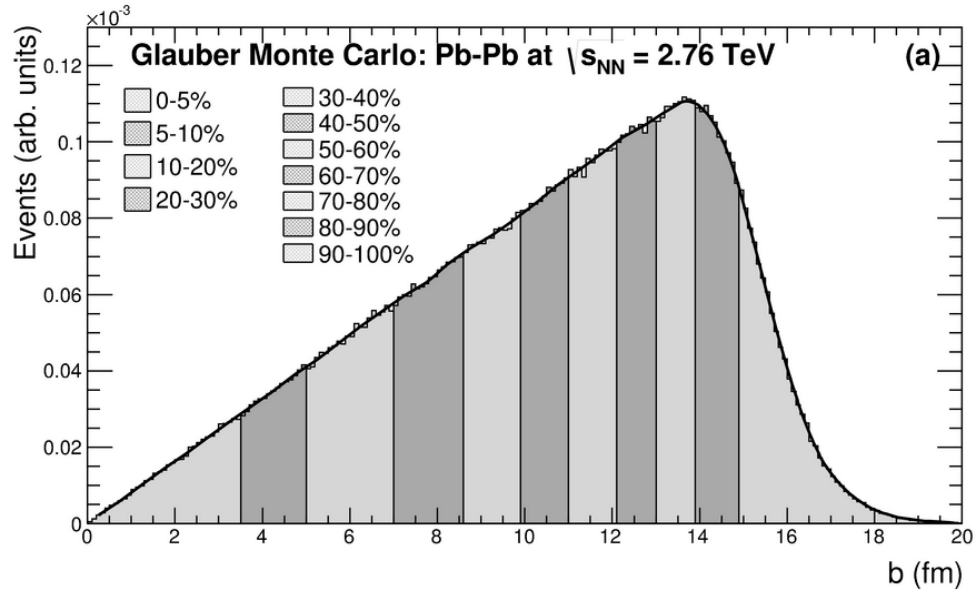
$$C(q) - 1 = \frac{\left| \iint dx dy S(x, y) e^{i(q_0 x + q_s y)} \right|^2}{(N2\pi R_1 R_2)^2} \quad (2.4)$$

Rôzne emisné funkcie sú pritom charakterizované parametrami R_1 , R_2 a θ_2 . Uvažujme, že uhol θ_2 je rovnomerne rozdelený na intervale $(0, \pi)$. Rozdelenie polomerov R_1 a R_2 môžeme uvažovať

- rovnomerné na intervale (A, B) . V takomto prípade nemusí platiť, že $R_1 > R_2$, preto berieme uhol θ_2 z intervalu $(0, \frac{\pi}{2})$.
- nerovnomerné, založené na geometrii zrážky (obr. 2.2). V takom prípade vieme oba polomery vyjadriť pomocou zrážkového parametra b . Ten má hustotu pravdepodobnosti lineárne rastúcu $\rho(b) \propto b$ (obr. 2.3). Ak by sme si jadrá predstavili ako dva dokonalé kruhy, vzniknutý prekryv kruhov by mal vedľajší polomer $R_2 = R - \frac{b}{2}$, kde R je polomer jadra a hlavný polomer by mal veľkosť $R_1 = \sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}}$.



Obr. 2.2: Hustota pravdepodobnosti polomerov horúcej hmoty v prípade, že uvažujeme ich nerovnomerné rozdelenie založené na geometrii zrážky. Obrázky sú vykreslené pre $R = 10$ fm.



Obr. 2.3: Hustota pravdepodobnosti zrážkového parametra podľa Glauberovho modelu.

Získanú korelačnú funkciu potom môžeme presumovať cez rôzne hodnoty týchto parametrov integrovaním

$$\int dR_1 \rho(R_1) \int dR_2 \rho(R_2) \int d\theta_2 \rho(\theta_2) (C(q) - 1). \quad (2.5)$$

2.1.1 Výpočet korelačnej funkcie

Korelačnú funkciu získame ako Fourierovu transformáciu emisnej funkcie. Výsledok tak bude miesto súradníc x a y závisieť na súradniciach q_o a q_s .

$$\int dx dy S(x, y) e^{i(q_o x + q_s y)} = \frac{1}{2\pi R_1 R_2} \int dy e^{-\left(b - \frac{c^2}{a}\right) y^2 + i q_s y} \int dx e^{-a \left(x - \frac{c}{a} y\right)^2 + i q_o x}. \quad (2.6)$$

Najprv spočítame integrál cez x

$$\begin{aligned} \int dx e^{-a(x-\frac{c}{a}y)^2+iq_0x} &= \left[x - \frac{c}{a}y = t \right] = e^{iq_0\frac{c}{a}y} \int e^{-at^2+iq_0t} dt \\ &= e^{iq_0\frac{c}{a}y} \int e^{-at^2} (\cos q_0t + i \sin q_0t) dt. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Zo symetrie vieme, že

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} \sin(q_0t) dt = 0. \quad (2.8)$$

Integrovaním druhého členu tak dostávame výsledok integrovania cez x v tvare:

$$\int dx e^{-a(x-\frac{c}{a}y)^2+iq_0x} = e^{iq_0\frac{c}{a}y} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{q_0^2}{4a}y^2}. \quad (2.9)$$

Teraz sa vrátime k integrálu cez y

$$\begin{aligned} \int dx dy S(x, y) e^{i(q_0x+q_sy)} &= \frac{1}{2\pi R_1 R_2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{q_0^2}{4a}y^2} \int e^{-(b-\frac{c^2}{a})y^2+iy(q_s+q_0\frac{c}{a})} dy \\ &= \frac{1}{2\pi R_1 R_2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{q_0^2}{4a}y^2} \sqrt{\frac{\pi}{b-\frac{c^2}{a}}} e^{-\frac{(q_s+\frac{c}{a}q_0)^2}{4(b-\frac{c^2}{a})}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Spätným dosadením za koeficienty a, b a c môžeme výsledok upraviť do prehľadnejšieho tvaru

$$\begin{aligned} C(q) - 1 &= e^{-\frac{bq_0^2+aq_s^2+2cq_0q_s}{2(ab-c^2)}} = \\ &= \exp\left(-q_0^2(R_1^2 \cos^2 \theta_2 + R_2^2 \sin^2 \theta_2) - q_s^2(R_1^2 \sin^2 \theta_2 + R_2^2 \cos^2 \theta_2) - \right. \\ &\quad \left. - q_0q_s \sin 2\theta_2(-R_1^2 + R_2^2)\right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Na tomto výpočte môžeme vidieť, že aj korelačná funkcia je gaussovská. Je to dôsledkom toho, že Fourierova transformácia Gaussovej funkcie je tiež Gaussova funkcia. Tento fakt však platí iba pre jeden event. Akonáhle máme eventov viac a každý z nich má iné parametre R_1, R_2 a θ_2 , ich sumovaním sa môže stratiť táto vlastnosť a výsledkom môže byť negaussovská funkcia napriek tomu, že každý zo zdrojov je gaussovský.

2.1.2 Ustredňovanie cez veľkosť zdroja

Korelačnú funkciu si vieme prepísať do tvaru, v ktorom môžeme integrovať cez R_1 a R_2 nezávisle:

$$C(q) - 1 = e^{-R_1^2(q_0 \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2)^2 - R_2^2(q_0 \sin \theta_2 + q_s \cos \theta_2)^2}. \quad (2.12)$$

Výsledok tejto integrácie už závisí od uvažovaného rozdelenia polomerov R_1 a R_2 .

Rovnomerné rozdelenie

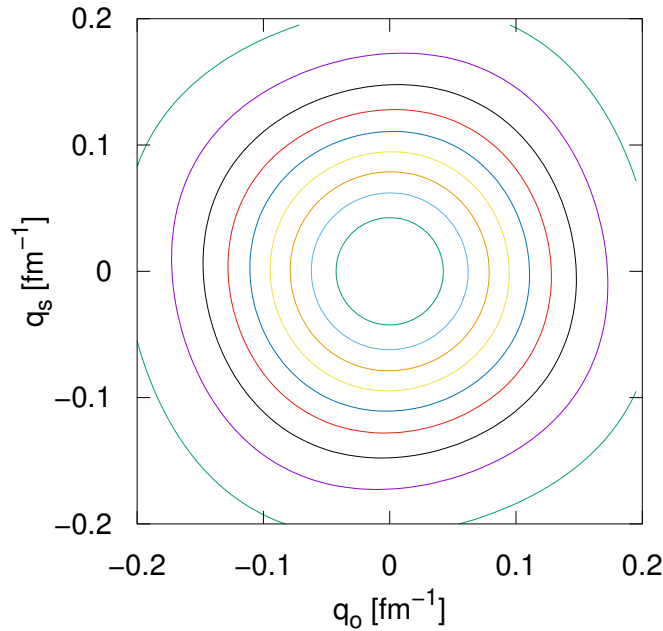
Uvažujme teda na začiatok, že sú veľkosti polomerov R_1 a R_2 dané rovnomerným rozdelením

$$R(A, B) = \frac{1}{B - A} \quad x \in (A, B) \quad (2.13)$$

V takom prípade integrovaním cez obidva polomery dostaneme chybovú funkciu:

$$\begin{aligned} \int_A^B \frac{e^{-R_1^2(q_o \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2)^2}}{B - A} dR_1 &= \\ &= \frac{\sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(B(q_o \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2)) - \operatorname{erf}(A(q_o \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2))]}{2(B - A)(q_o \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Integrovanie cez R_2 je analogické a výsledok je veľmi podobný.



Obr. 2.4: Vrstevnicový graf preintegrovanj korelačnej funkcie s rovnomerne rozdelenými veľkosťami zdroja pre parametre $A = 5$ fm, $B = 10$ fm a $\theta_2 = \frac{\pi}{6}$.

Nerovnomerné rozdelenie

Tentokrát budeme integrovať iba cez jednu premennú, a to zrážkový parameter. V korelačnej funkcii si za polomery dosadíme vzťahy $R_1 = \sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}}$ a $R_2 = R - \frac{b}{2}$ a upravíme ju do tvaru:

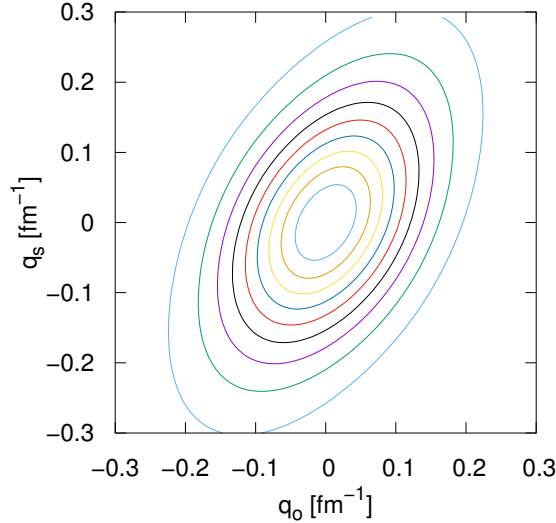
$$\begin{aligned} C(q) - 1 &= e^{-R_1^2(q_o \cos \theta_2 - q_s \sin \theta_2)^2 - R_2^2(q_o \sin \theta_2 + q_s \cos \theta_2)^2} = e^{-R_1^2 A^2 - R_2^2 B^2} \\ &= e^{-(R^2 - \frac{b^2}{4})A^2 - (R - \frac{b}{2})^2 B^2} = e^{-R^2(A^2 + B^2) + RbB^2 - \frac{b^2}{4}(B^2 - A^2)} \\ &= e^{\frac{A^4 R^2}{B^2 - A^2} - (B^2 - A^2) \left(\frac{b}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2} \right)^2}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Rozdelenie zrážkového parametra uvažujeme lineárne. Aby sme ho mali aj správne nanormované, budeme ho uvažovať v tvare

$$\rho(b) = \frac{2b}{b_{max}^2 - b_{min}^2} \quad b \in (b_{min}, b_{max}). \quad (2.16)$$

Integrovaním korelačnej funkcie sa opäť dostaneme k chybovej funkcii

$$\begin{aligned} & \frac{2e^{\frac{A^4 R^2}{B^2 - A^2}}}{b_{max}^2 - b_{min}^2} \int_{b_{min}}^{b_{max}} b e^{-(B^2 - A^2) \left(\frac{b}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2} \right)^2} db = \left[\frac{b}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2} = x \right] \\ & = \frac{8e^{\frac{A^4 R^2}{B^2 - A^2}}}{b_{max}^2 - b_{min}^2} \int_{\frac{b_{min}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}}^{\frac{b_{max}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}} \left(x + \frac{RB^2}{B^2 - A^2} \right) e^{-(B^2 - A^2)x^2} dx \\ & = \frac{8e^{\frac{A^4 R^2}{B^2 - A^2}}}{b_{max}^2 - b_{min}^2} \left[-\frac{e^{-(B^2 - A^2)x^2}}{2(B^2 - A^2)} + \frac{RB^2}{B^2 - A^2} \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B^2 - A^2}x)}{\sqrt{B^2 - A^2}} \right]_{\frac{b_{min}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}}^{\frac{b_{max}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}} \\ & = \frac{4e^{\frac{A^4 R^2}{B^2 - A^2}}}{(b_{max}^2 - b_{min}^2)(B^2 - A^2)} \left[-e^{-(B^2 - A^2)x^2} + 2RB^2 \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\sqrt{B^2 - A^2}x)}{\sqrt{B^2 - A^2}} \right]_{\frac{b_{min}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}}^{\frac{b_{max}}{2} - \frac{RB^2}{B^2 - A^2}}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

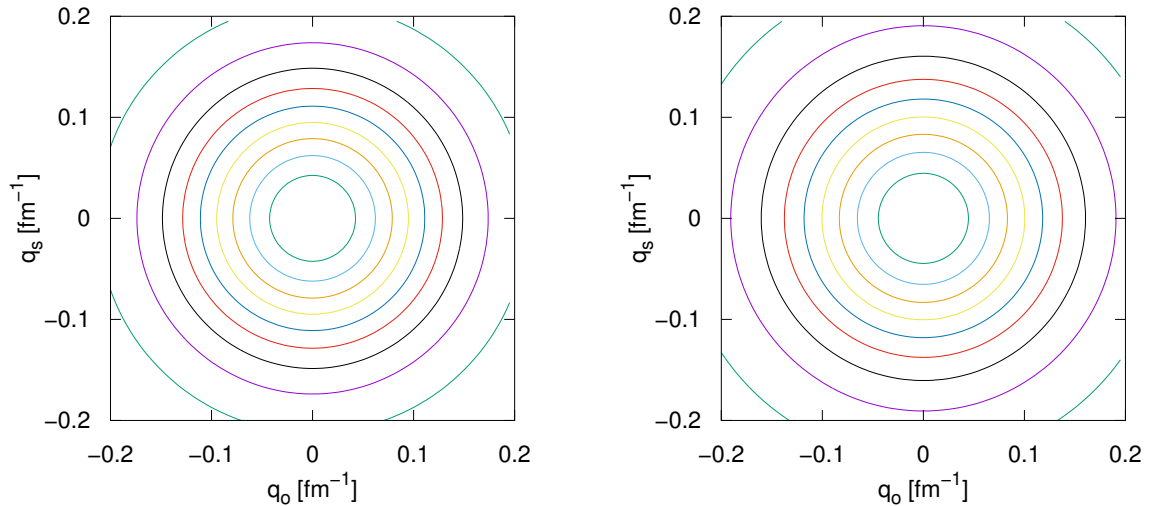


Obr. 2.5: Vrstevníkový graf preintegrovanj korelačnej funkcie pre parametre $R = 10 \text{ fm}$, $b_{max} = 14 \text{ fm}$ a $\theta_2 = \frac{\pi}{6}$.

2.1.3 Ustredňovanie cez uhol natočenia

Aby sme ustrednili emisnú funkciu aj cez uhol natočenia, museli by sme integrovať vzniknuté funkcie cez θ_2 . Ani jeden z týchto integrálov sa ale nedá vypočítať analyticky, a preto ich budeme počítať numericky. Integrovaním cez uhol sa navyše vytratí

uhlová závislosť vzniknuté korelačné funkcie sú preto kruhovo symetrické. Na obrázku 2.6 môžeme vidieť výsledok takéhoto integrovania pre rovnomerne aj nerovnomerne rozdelené veľkosti zdroja.



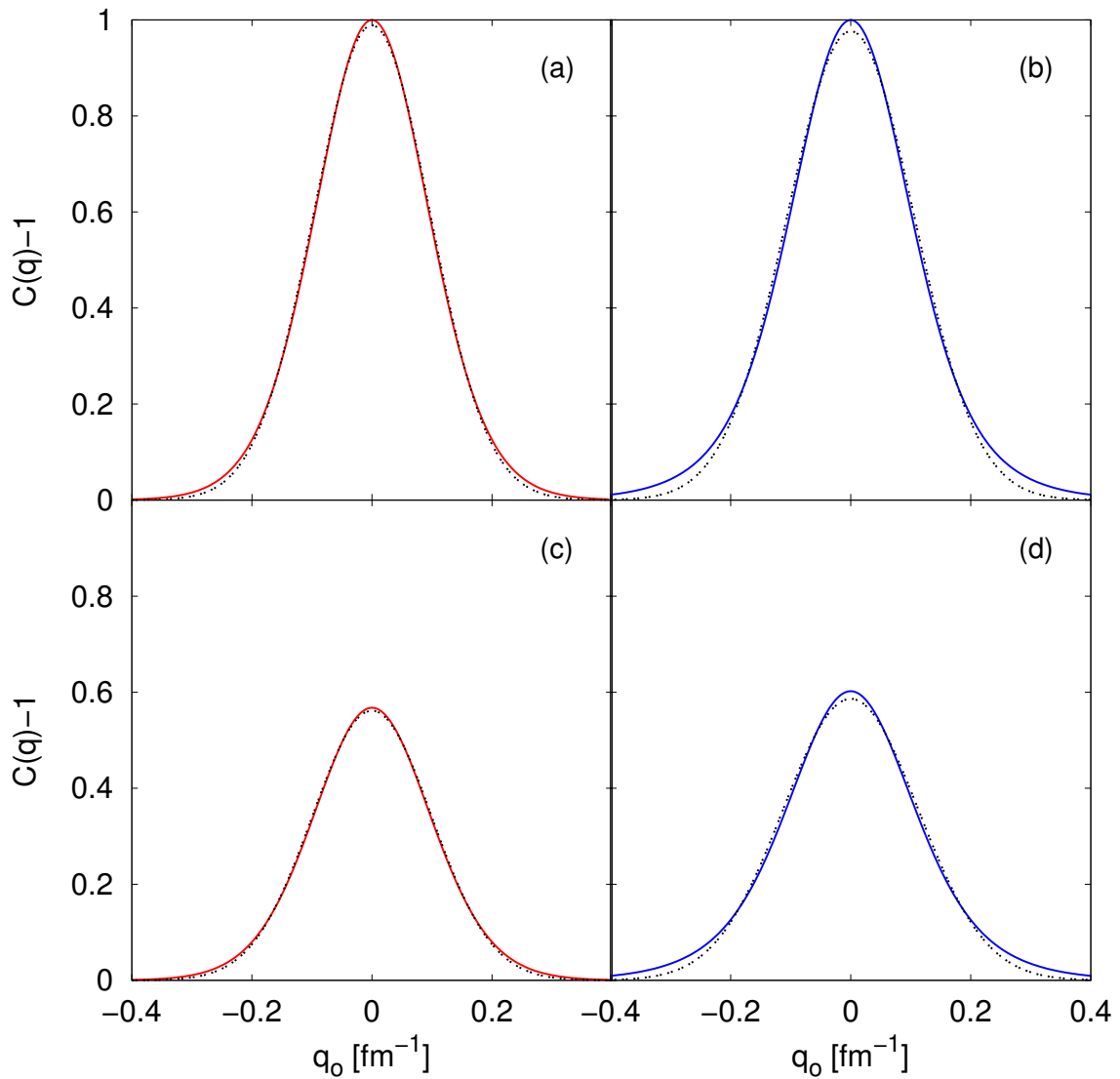
Obr. 2.6: Vrstevnícové grafy uhlovo ustrednených korelačných funkcií pre rovnomerne (vľavo) a nerovnomerne (vpravo) rozdelené veľkosti zdroja. Obrázok naľavo je vykreslený pre parametre $A = 5$ fm a $B = 10$ fm, obrázok napravo pre parametre $R = 10$ fm a $b_{max} = 14$ fm.

Vrstevnícový graf nám ale nepovie veľa o tom, či sú dané funkcie gaussovské. Zoberieme preto rez takouto funkciou a nafitujeme ju gaussovskou funkciou, aby sme videli, či korelačná funkcia je alebo nie je gaussovská. To môžeme vidieť na obrázku 2.7.

Vidíme teda, že ustredňovanie naozaj spôsobuje to, že korelačná funkcia nemusí byť gaussovská aj keď zdroje sú. Aby sme vedeli tento efekt opísať aj kvantitatívne, fitneme korelačné funkcie ešte inou funkciou, a to Lévyho rozdelením

$$C(q) - 1 = \exp(-|qR|^\alpha). \quad (2.18)$$

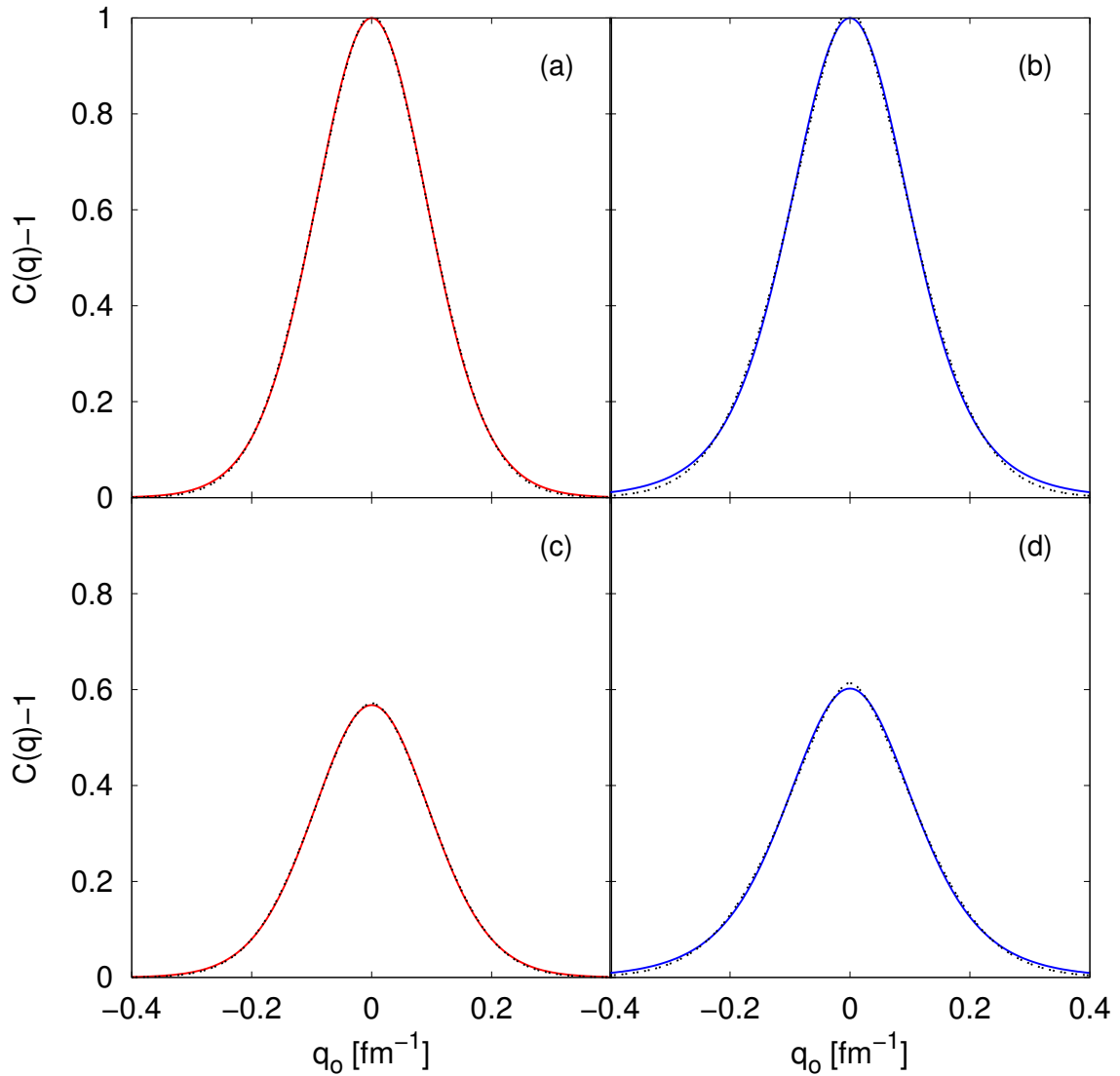
Koeficient α určuje, či je funkcia gaussovská a ak nie, tak ako veľmi sa od tohto tvaru líši. Pre gaussovskú funkciu je $\alpha = 2$. Fitnutím dostávame pre obrázok 2.7a $\alpha = 1,8659$, pre obrázok 2.7b $\alpha = 1,7052$, pre obrázok 2.7c $\alpha = 1,8661$ a pre obrázok 2.7d $\alpha = 1,6806$. Tieto čísla ukazujú, že stačí uvažovať rovnomerne rozdelené veľkosti zdroja a výsledok už nebude gaussovský. Ak ale uvažujeme, že veľkosť zdroja závisí na zrážkovom parametri, ustrednená korelačná funkcia sa bude od gaussovskej líšiť ešte viac.



Obr. 2.7: Rezy korelačnou funkciou. V ľavom stĺpci je červenou čiarou znázornený rez ustrednenej korelačnej funkcie rovnobežne s osou q_0 pre rovnomerné rozdelenie veľkosti zdroja, v pravom stĺpci je modrou čiarou znázornený rovnaký rez ale pre nerovnomerné rozdelenie veľkosti zdroja. V hornom riadku sú rezy kreslené pre $q_s = 0 \text{ fm}^{-1}$ a v dolnom pre $q_s = 0,1 \text{ fm}^{-1}$. Vo všetkých obrázkoch je čiernou čiarkovanou čiarou znázornený gaussovský fit tejto funkcie.

2.2 Ustredňovanie v Blast-wave modeli

Doteraz sme hovorili o ustredňovaní gaussovských emisných funkcií. Teraz sa pozrieme, ako ustredňovanie ovplyvňuje realistickejšie emisné funkcie. Emisná funkcia v

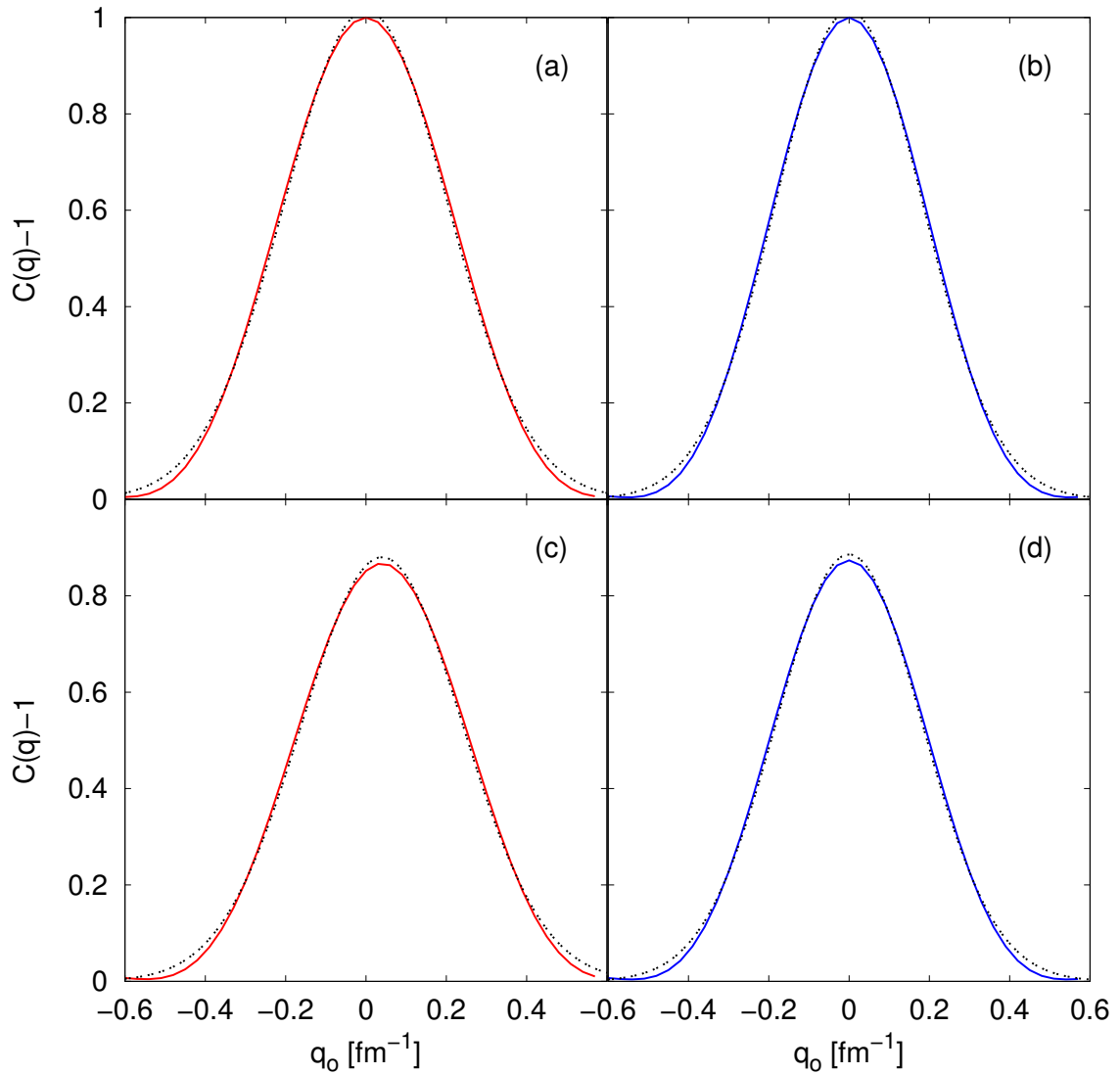


Obr. 2.8: Rezy korelačnou funkciou. Rovnako ako v predchádzajúcom obrázku je v ľavom stĺpci rez ustrednenej korelačnej funkcie pre rovnomerné rozdelenie veľkosti zdroja a v pravom stĺpci pre nerovnomerné rozdelenie veľkosti zdroja. V hornom riadku sú rezy kreslené pre $q_s = 0 \text{ fm}^{-1}$ a v dolnom pre $q_s = 0,1 \text{ fm}^{-1}$. Vo všetkých obrázkoch je v tomto prípade čiernou čiarkovanou čiarou znázornený Lévy fit tejto funkcie. Hodnoty Lévyho parametra α sú (a) 1,8659, (b) 1,7052, (c) 1,8661 a (d) 1,6806.

Blast-wave modeli je definovaná vzťahom (1.25). Korelačnú funkciu takejto emisnej funkcie vypočítame podľa vzťahu (1.15).

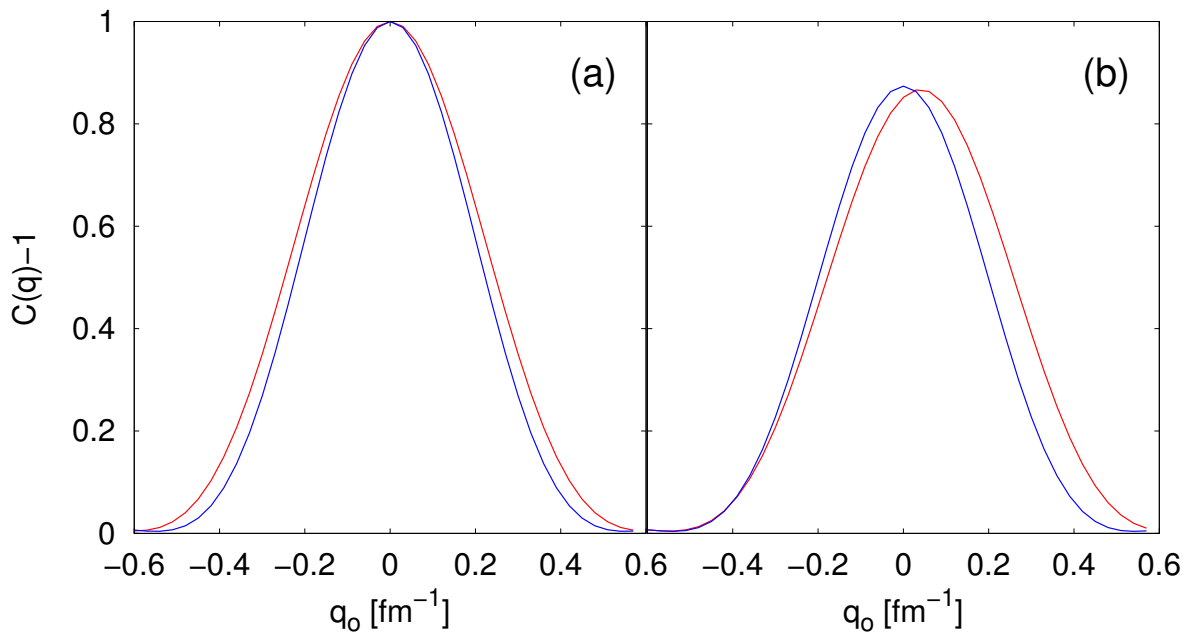
Pre jednoduchosť sa pozrieme iba na to, ako ovplyvňuje tvar korelačnej funkcie

ustredňovanie cez uhol θ_2 . V tomto prípade neuvažujeme anizotropiu tretieho rádu a parametre anizotropie druhého rádu nastavíme na hodnoty $a_2 = \rho_2 = 0, 2$.



Obr. 2.9: Rezy korelačnou funkciou. V ľavom stĺpci je červenou čiarou znázornený rez neustrednenej korelačnej funkcie blast-wave modelu rovnobežne s osou q_0 , v pravom stĺpci je modrou čiarou znázornený rovnaký rez ale uhlovo ustrednenej korelačnej funkcie. V hornom riadku sú rezy kreslené pre $q_s = 0$ fm⁻¹ a v dolnom pre $q_s = 0,1$ fm⁻¹. Vo všetkých obrázkoch je čiernou čiarkovanou čiarou znázornený gaussovský fit tejto funkcie.

Na obrázku 2.9 sú vykreslené grafy pred¹ a po uhlovom ustrednení cez uhol θ_2 . Keď opäť fitneme korelačnú funkciu Lévyho rozdelením podľa vzťahu (2.18), dostaneme, že v hornom riadku sa hodnota α mení z hodnoty $\alpha = 2,2147$ pre neustrednenú korelačnú funkciu na $\alpha = 2,2020$ po ustrednení. Ak sa pozrieme na rez, ktorý neprechádza počiatkom, mení sa ustrednením parameter z hodnoty $\alpha = 2,2191$ na $\alpha = 2,2053$. Obe hodnoty tak ustrednením klesli zhruba o pol percenta. Aby sme si túto hodnotu lepšie predstavili, vykreslili sme korelačnú funkciu pred ustrednením a po ustrednení do jedného obrázku. Tu je vidno skutočný vplyv ustredňovania na tvar korelačnej funkcie.



Obr. 2.10: Porovnanie neustrednenej a ustrednenej korelačnej funkcie Blast-wave modelu. Na obrázku sú červenou čiarou znázornené neustrednené korelačné funkcie a modrou čiarou uhlovo ustrednené korelačné funkcie, pričom je vždy vykreslený iba rez korelačnou funkciou cez $q_s = 0 \text{ fm}^{-1}$ (vľavo) alebo $q_s = 0.1 \text{ fm}^{-1}$ (vpravo).

¹v prípade pred ustrednením sme použili hodnotu uhla $\theta_2 = \pi/6$

Kapitola 3

Simulácia produkcie častíc

Doteraz sme počítali korelačné funkcie priamo z emisných funkcií. Teraz sa na celý problém pozrieme z druhej strany. Využijeme simulačný program, ktorý nám vygeneruje častice a korelačné funkcie budeme počítat priamo z dát. Na to budeme taktiež potrebovať určitý softvér.

3.1 Softvér

3.1.1 DRAGON

DRAGON [3] je program, ktorý generuje častice produkované v ultrarelativistických jadrových zrážkach metódou Monte Carlo. Je založený na blast-wave modeli.

Ako prvé DRAGON generuje tvar horúcej hmoty. To znamená, že sa vygenerujú parametre anizotropií z blast-wave modelu a_n , ρ_n a θ_n . Program je upravený tak, že uvažuje okrem anizotropie druhého rádu aj tretí rád. V horúcej hmote sú následne generované častice. Tie dostanú priradený štvorvektor polohy a štvorhybnosť. Program zahŕňa tiež voliteľnú produkciu rezonancií, ktoré sa ešte pred detekciou rozpadajú na ďalšie častice.

Parametre anizotropií sú generované s rovnomerným rozdelením v intervale -0,1 až 0,1 pre druhý rád a v intervale -0,03 až 0,03 pre tretí rád anizotropií. Výstupom programu je súbor so zoznamom častíc vo formáte OSCAR1999A, t.j. každá udalosť začína riadkom s poradovým číslom udalosti a s počtom častíc v danej udalosti. Potom nasleduje pre každú časticu riadok s poradovým číslom častice, PID číslom, štvorhybnosťou, hmotnosťou a štvorvektorom polohy.

DRAGON má implementovanú aj tvorbu dropletov, ktorú sme však nepotrebovali uvažovať a tak sme túto funkciu nechali vypnutú. Tvorbu rezonancií sme naopak nechali zapnutú. Hranice pozdĺžnej rapidity sme nastavili v rozmedzí -5 až 5, pričom do súboru sa budú vypisovať iba častice s rapiditou v rozmedzí -1 až 1. Rozdelenie pozdĺžnej rapidity je rovnomerné v rámci hraníc.

Ďalšie parametre programu sme nastavili podľa tabuľky 3.1.

Tabuľka 3.1: Tabuľka nastavených hodnôt programu DRAGON

T_{fo}	0,095 GeV	kinetická teplota vymrznutia
T_{ch}	0,1656 GeV	chemická teplota vymrznutia
μ_b	0,028 GeV	baryochemický potenciál
μ_s	0,0069 GeV	chemický potenciál podivnosti
$\varrho(E)$	0,7 GeV.fm ⁻³	hustota energie
dN/dY	1600	počet častíc na jednotku pozdĺžnej rapidity
R	10 fm	polomer horúcej hmoty
τ_0	9 fm/c	Bjorkenova doba života
ρ_0	0,6	parameter priečnej rapidity

3.1.2 AMPT

AMPT [4] je taktiež generátor udalostí, ale nie je založený na blast-wave modeli. AMPT model má štyri hlavné časti: počiatočné podmienky, partónové interakcie, prechod z partónovej hmoty do hadrónovej hmoty a hadrónové interakcie. Na generovanie počiatočných podmienok je použitý HIJING model [5, 6, 7, 8], rozptyl partónov je modelovaný pomocou ZPC [9]. Partóny sú rekombinované s využitím lundského strunového fragmentačného modelu [10, 11, 12] a dynamika hadrónovej hmoty je založená na ART modeli [13, 14]. Tento generátor je preto realistickejší ako DRAGON, avšak je časovo rádovo náročnejší a tak je počet udalostí, ktoré sme schopní vygenerovať, obmedzený.

V AMPT tiež nemáme priamo možnosť kontrolovať anizotropiu tretieho rádu nejakým parametrom, keďže sú častice generované priamo zo simulovanej zrážky. Jediný parameter, ktorým môžeme ovplyvniť anizotropiu je zrážkový parameter. Oproti tomu DRAGON generuje častice z horúcej hmoty, ktorej parametre sme schopní do programu priamo zaviesť.

My sme generovali udalosti zo zrážok jadier olova ^{208}Pb . Energiu zrážky sme nastavili na hodnotu $\sqrt{s_{NN}} = 2760$ GeV. Aby sme v udalostiach videli anizotropiu, vybrali sme udalosti s centralitou 20 – 40%. Podľa obr. 2.3 to odpovedá rozmedziu zrážkového parametra 7 až 10 fm.

Ďalšie parametre programu týkajúce sa jednotlivých krokov programu sme nechali na predvolených hodnotách podľa tabuľky 3.2.

Tabuľka 3.2: Tabuľka nastavených hodnôt programu AMPT

NTMAX	1000	počet časových krokov
DT	0,2 fm	veľkosť časového kroku
a	2,2	parameter lundskej symetrickej rozdeľovacej funkcie
b	0,5	parameter lundskej symetrickej rozdeľovacej funkcie
μ	2,097 fm ⁻¹	partónová tieniaca hmotnosť ¹
α	0,47	parameter v ZPC

3.1.3 CRAB

CRAB [15] je program, ktorý generuje korelačné funkcie. Vstupom do programu je súbor s bodmi fázového priestoru, ktorý opisuje konečnú štvorhybnosť a polohu generovania častice. Program vyberá dvojice častíc a počíta korelácie medzi nimi. CRAB zároveň dokáže generovať korelačné funkcie s dôrazom na priemerovanie cez zrážkový parameter, experimentálnu akceptanciu či kinematické rezy.

CRAB má tiež implementované korekcie na Coulombovskú interakciu medzi nabitými časticami a tiež na silnú interakciu. Tieto korekcie sme však nechali vypnuté, aby nám pre $\vec{q} = 0$ vznikalo maximum a nie minimum. V experimentálnych dátach, kedy výsledky obsahujú aj Coulombovskú a silnú interakciu, sa to prejavuje práve poklesom korelačnej funkcie pre $\vec{q} \rightarrow 0$.

Výstupom programu je závislosť korelačnej funkcie na vektore \vec{q} , pričom je možnosť zvoliť si, či má byť výstup jednorozmerný závislý na q_{inv} alebo trojrozmerný závislý od zložiek q_o , q_s a q_t . Keďže je našim cieľom fitovať korelačnú funkciu vo všetkých troch rozmeroch, zvolili sme práve druhý spomenutý výstup. Ďalej si v programe môžeme zvoliť rozmedzie zložiek vektora \vec{q} a počet bodov, pre ktoré sa bude korelačná funkcia generovať. My sme si zvolili, aby program generoval korelačnú funkciu pre 10 bodov v rozmedzí 0 až 50 MeV pre každý smer², teda dokopy 1000 bodov.

V programe je tiež možnosť vytvoriť filtre na častice. Program prirodzene vyberá zo všetkých častíc iba pióny. Dá sa nastaviť aj filter na priečnu hybnosť častíc, no pre lepšiu štatistiku sme žiadny filter nenastavili a korelačné funkcie sme počítali z častíc s ľubovoľnými priečnymi hybnosťami.

Dôležitým parametrom programu je počet párov, ktoré chceme vygenerovať. Väčšie množstvo párov znižuje nepresnosť výsledkov, no tiež zvyšuje časovú náročnosť výpočtov. Pre našu prácu sme používali počet párov rádovo 10⁸, nakoľko časová náročnosť je niekoľko hodín a nepresnosť výpočtov je menšia ako 0,5%.

¹štvorec prevrátenej hodnoty tohto parametra je úmerný účinnému prierezu partónov

²t.j. bude vygenerovaná korelačná funkcia pre body $\vec{q} = (2, 5; 2, 5; 2, 5)$ MeV, $\vec{q} = (2, 5; 2, 5; 7, 5)$ MeV, $\vec{q} = (2, 5; 2, 5; 12, 5)$ MeV atď až po $\vec{q} = (47, 5; 47, 5; 47, 5)$ MeV.

3.1.4 Yvenss

Jedná sa o program [16], ktorý triedi jednotlivé udalosti podľa tvaru [17]. Zaujímá nás, ktoré udalosti sú si podobné. Z podobných udalostí totiž môžeme brať páry častíc, ktoré budú z rôznych udalostí, a pritom budú mať vlastnosti ako keby boli z rovnakej udalosti. Vďaka tomu môžeme skúmať korelácie malých tried udalostí.

Udalosti považujeme za podobné aj vtedy, keď majú podobné parametre a_n a ρ_n , ale sú inak otočené. Aby Yvenss dokázal takéto udalosti považovať za podobné, musíme najskôr všetky udalosti natočiť tak, aby mali rovnaký vektor \vec{q}_2 , ktorý je definovaný vzťahom

$$\vec{q}_n = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \cos(n\phi_i), \sum_{i=1}^N \sin(n\phi_i) \right), \quad (3.1)$$

kde N je počet častí v jednej udalosti.

3.2 Azimutálna závislosť korelačných polomerov

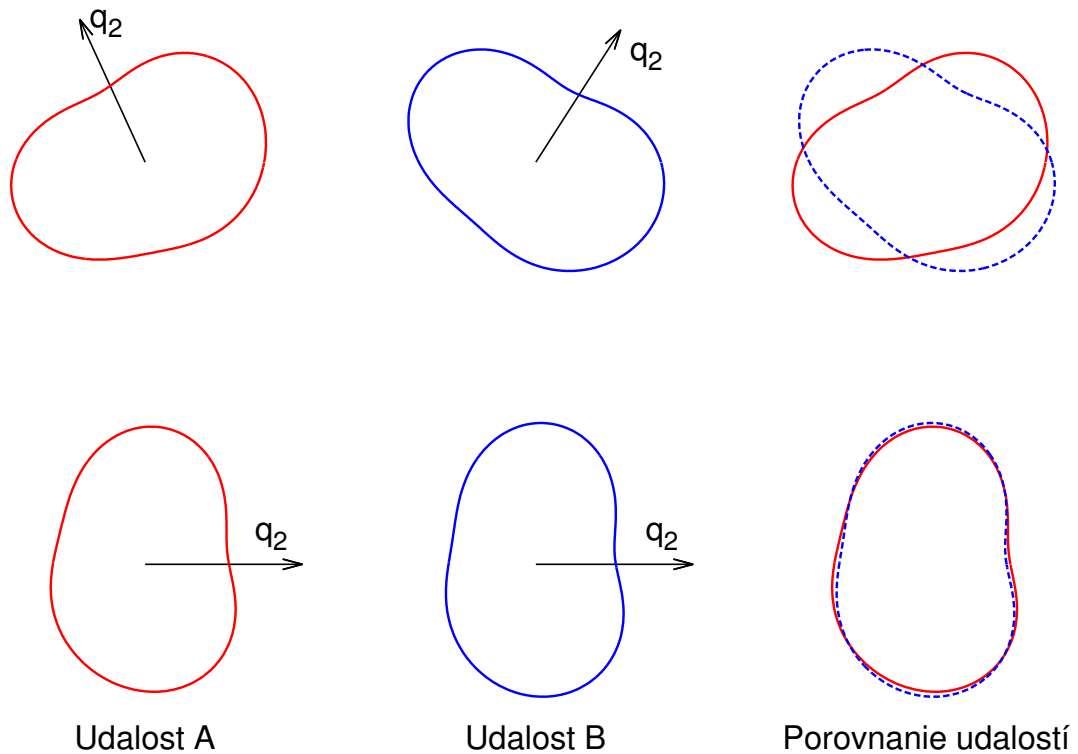
Začali sme vygenerovaním 10 000 udalostí pomocou programu DRAGON s nastaveniami parametrov podľa popisu v predchádzajúcej sekcii. Každá z týchto udalostí má iný tvar charakterizovaný parametrami a_2 , a_3 , ρ_2 , ρ_3 , θ_2 a θ_3 . Platí však, že nám môžu vzniknúť dve veľmi podobné udalosti, ktorú sú akurát rôzne otočené. Preto musíme najprv pre každú jednu udalosť spočítať vektor \vec{q}_2 . Každú časticu z danej udalosti potom otočíme prenásobením maticou rotácie o uhol polovičný oproti tomu, ktorý zvierá \vec{q}_2 s osou x . Tým docielime, že všetky udalosti budú mať $\theta_2 \approx 0$.

Keďže teraz máme všetky udalosti rovnako natočené, vieme, že anizotropia druhého rádu sa medzi jednotlivými udalosťami nasčíta, zatiaľ čo anizotropia tretieho rádu sa navzájom vyruší [17]. Výsledkom je, že pri počítaní korelačných polomerov a ich azimutálnej závislosti môžeme vidieť anizotropiu druhého rádu.

Na určovanie azimutálnej závislosti korelačných polomerov musíme najskôr roztriediť jednotlivé častice. Vo všetkých udalostiach sme potriedili častice podľa ich štvorhybnosti do ôsmich uhlových košov. To znamená, že ak hybnosť častice v reakčnej rovine smeruje medzi uhlami 0 a $\pi/4$, pôjde častica do prvého koša. Ak táto hybnosť smeruje medzi uhlami $\pi/4$ a $\pi/2$, pôjde častica do druhého koša atď. Vo výsledku tak budeme mať súbory, v ktorých bude rovnako veľa udalostí, no v každej udalosti bude iba zhruba osmina počtu častíc, ktorá sa tam nachádzala pred triedením.

Z každého koša tak môžeme pomocou programu CRAB vypočítať 3D korelačnú funkciu. Tá zakaždým odpovedá inému intervalu azimutu. CRAB sme nastavili, aby hľadal 10^8 párov častíc. Fitnutím korelačnej funkcie Gaussom následne dostaneme korelačné polomery (obr. 3.2).

Z obrázkov vidíme, že neistoty fitu sú relatívne veľké. Znížiť túto neistotu môžeme

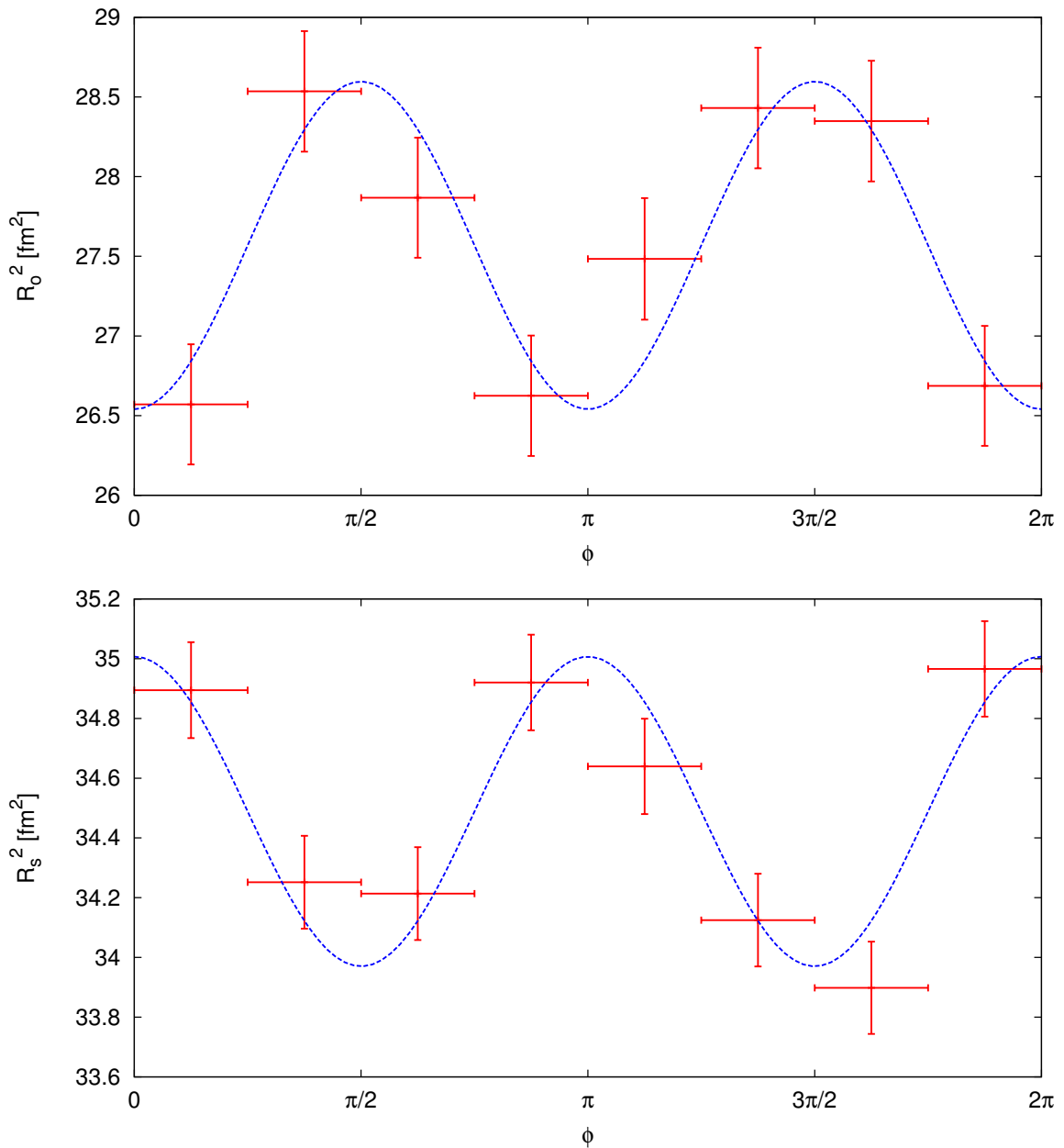


Obr. 3.1: Aj udalosti, ktoré na prvý pohľad vyzerajú odlišne môžu byť veľmi podobné, len rôzne natočené. Tým, že všetky udalosti nasmerujeme tak, aby mali rovnaký smer vektoru \vec{q}_2 , nájdeme aj podobnosť takýchto udalostí.

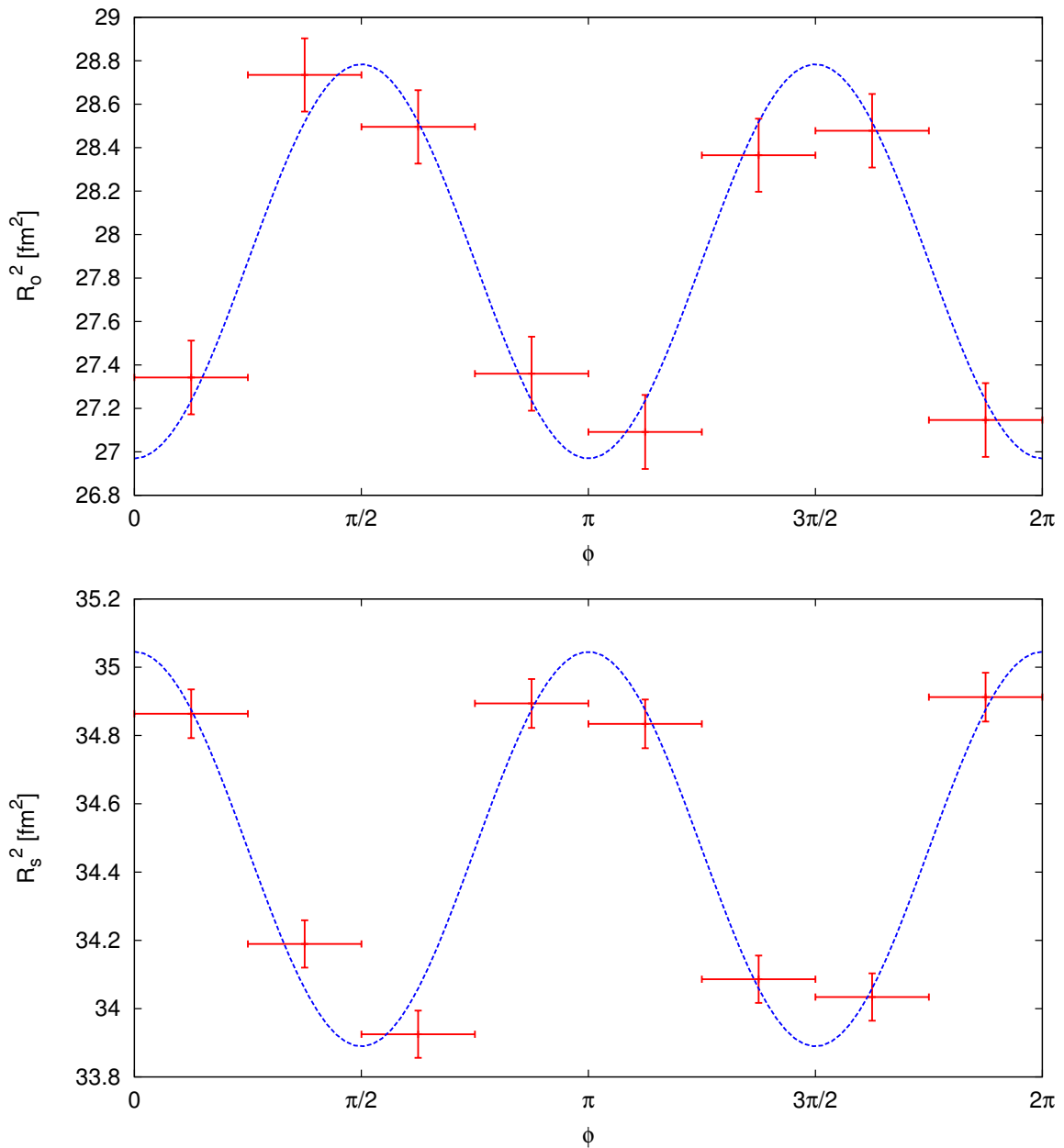
dvomi spôsobmi. Buď zvýšime štatistiku tým, že vygenerujeme viac udalostí a tým aj viac častíc, alebo necháme v programe CRAB hľadať viac párov častíc, z ktorých sa počíta korelačná funkcia. Oba spôsoby však výrazne zvyšujú časovú náročnosť programu.

V druhom kroku sme pre zvýšenie štatistiky vygenerovali 200 000 udalostí a postupovali sme analogicky, ako s predchádzajúcim výstupom. Opäť sme častice roztriedili do uhlových košov a spočítali azimutálnu závislosť korelačných polomerov. Tentokrát sme však nechali program CRAB, aby počítal $5 \cdot 10^8$ párov častíc. Výsledná azimutálna závislosť oboch korelačných polomerov je znázornená na obrázku 3.3.

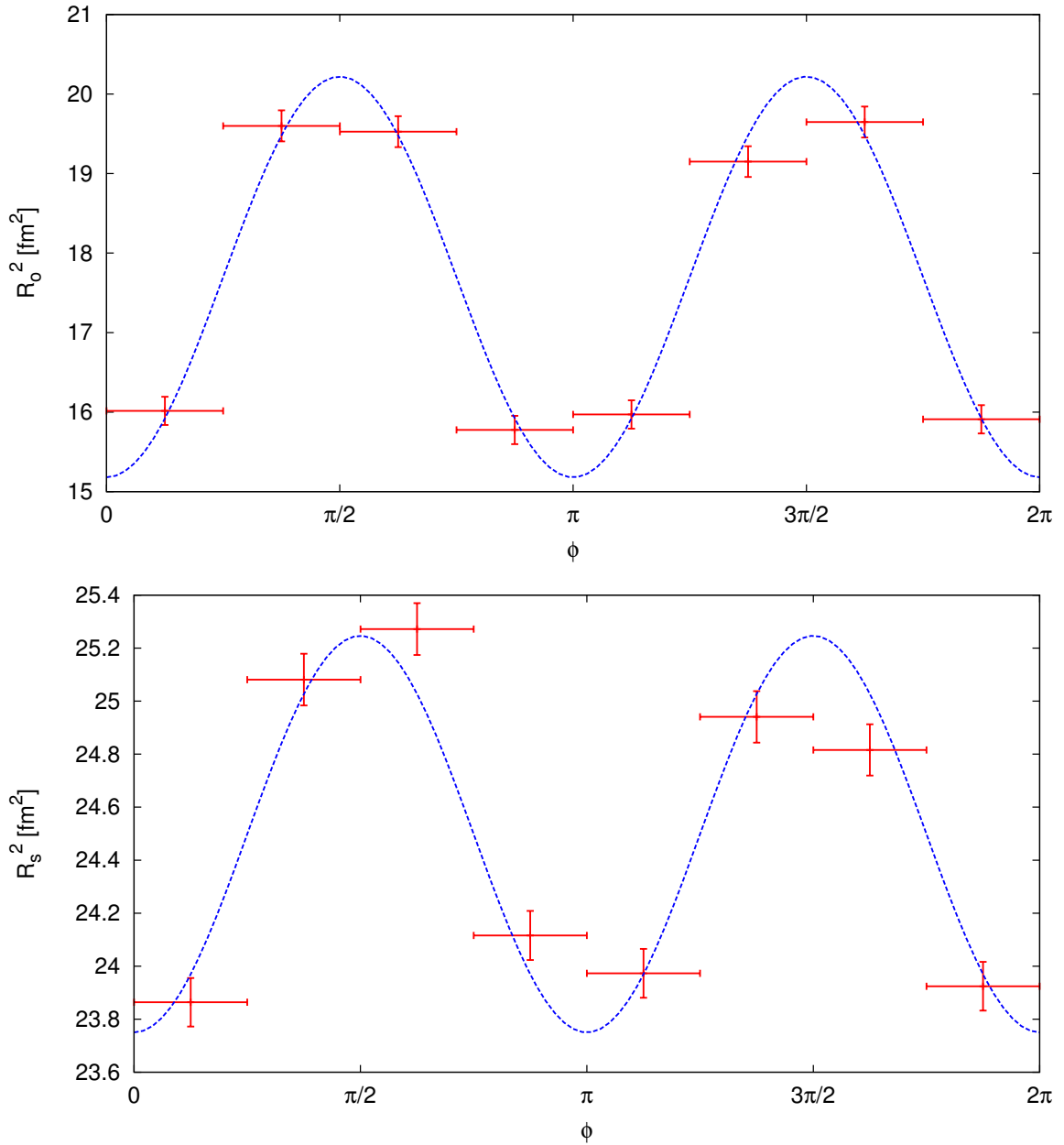
Tieto simulované udalosti mali zatiaľ anizotropiu kontrolovanú parametrom. Ďalej sme sa preto pozreli na udalosti nasimulované v programe AMPT. Tento program je však časovo rádovo náročnejší ako DRAGON, preto sme na začiatok použili iba 5 000 nasimulovaných udalostí. Opäť sme postupovali analogicky ako v predchádzajúcich dvoch prípadoch, teda sme udalosti najskôr pootáčali a potom spočítali korelačné funkcie programom CRAB. Počet hľadaných párov častíc sme nastavili na $2 \cdot 10^8$. Výsledná závislosť korelačných polomerov je na obrázku 3.4



Obr. 3.2: Azimutálna závislosť korelačných polomerov pre 10 000 udalostí. Na hornom grafe je azimutálna závislosť pre R_o^2 , na dolnom pre R_s^2 . Neistota v x -ovom smere odpovedá šírke uhlového koša, v y -ovom smere sa jedná o neistotu fitu. Modrou čiarou je znázornený fit tohoto grafu funkciou $f(x) = a + b \cos(2x)$. Udalosti boli simulované s anizotropiami v rozmedzí $-0,1$ až $0,1$ pre druhý rád a $-0,03$ až $0,03$ pre tretí rád. Korelačné funkcie boli v tomto prípade generované bez rezu na priečnu hybnosť.



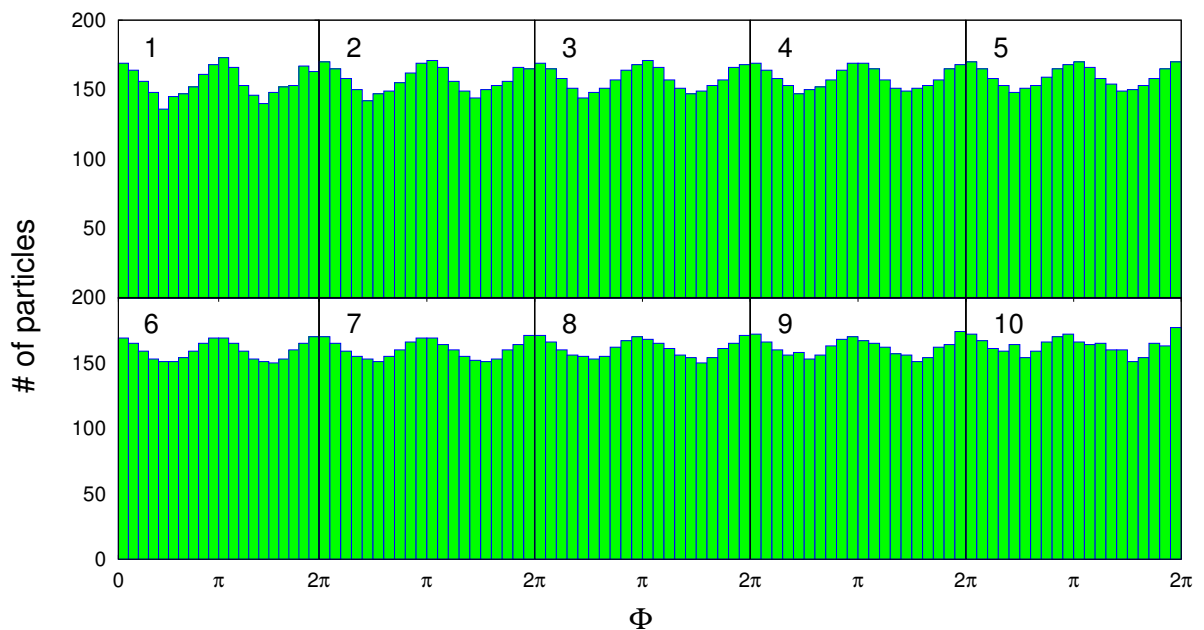
Obr. 3.3: Azimutálna závislosť korelačných polomerov pre 200 000 udalostí. Na hornom grafe je azimutálna závislosť pre R_o^2 , na dolnom pre R_s^2 . Neistota v x -ovom smere odpovedá šírke uhlového koša, v y -ovom smere sa jedná o neistotu fitu. Modrou čiarou je znázornený fit tohoto grafu funkciou $f(x) = a + b \cos(2x)$. Udalosti boli simulované s anizotropiami v rozmedzí -0,1 až 0,1 pre druhý rád a -0,03 až 0,03 pre tretí rád. Korelačné funkcie boli v tomto prípade generované bez rezu na priečnu hybnosť.



Obr. 3.4: Azimutálna závislosť korelačných polomerov pre 5 000 udalostí vygenerovaných programom AMPT. Na hornom grafe je azimutálna závislosť pre R_o^2 , na dolnom pre R_s^2 . Neistota v x -ovom smere odpovedá šírke uhlového koša, v y -ovom smere sa jedná o neistotu fitu. Modrou čiarou je znázornený fit tohoto grafu funkciou $f(x) = a + b \cos(2x)$. Parametre simulovaných zrážok boli $\sqrt{s_{NN}} = 2760$ GeV, $b_{min} = 7$ fm a $b_{max} = 10$ fm, zrážaným materiálom bolo olovo.

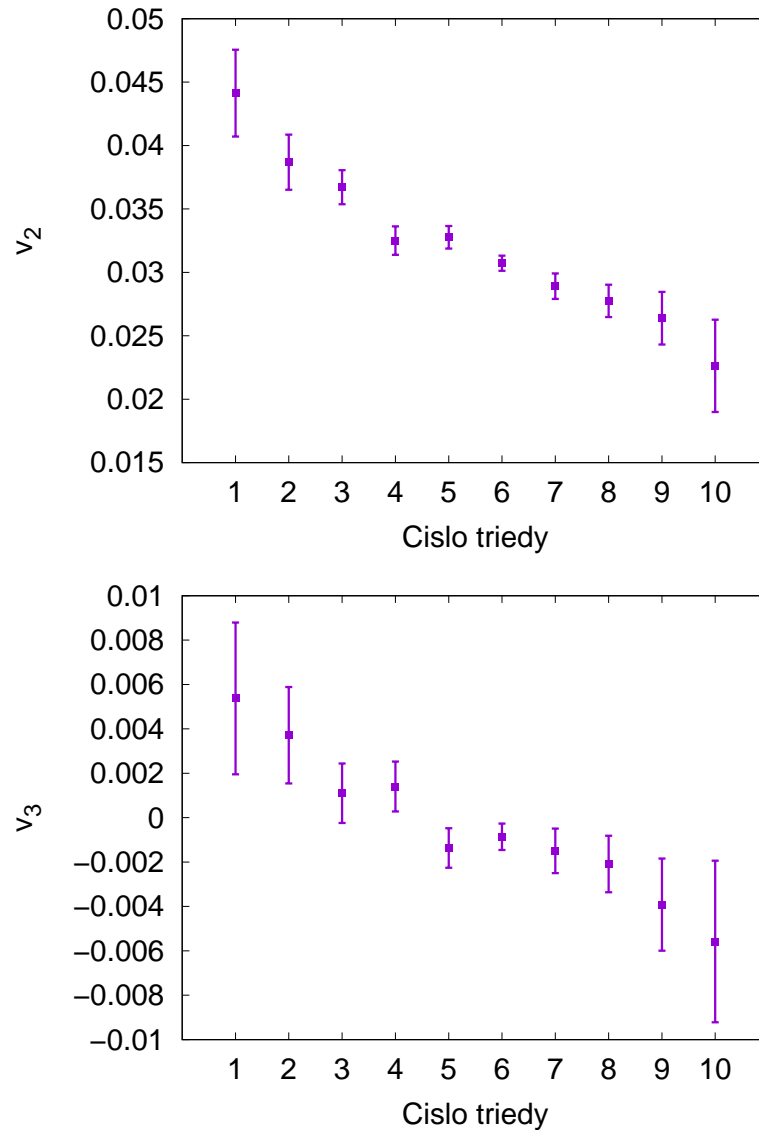
3.3 Korelácie v podobných udalostiach

Doterajší výsledok zatiaľ nie je až taký zaujímavý, pretože na obrázkoch vidíme iba druhý rád anizotropie. Je to preto, ako sme už spomínali, že pri sčítaní cez veľké množstvo udalostí, ktoré sú všetky natočené tak, aby mali $\theta_2 \approx 0$, sa tretí rád anizotropií navzájom vyruší a druhý rád sa naopak sčíta. Preto teraz udalosti zoradíme tak, aby boli vedľa seba udalosti s podobným tvarom. Pustíme preto program Yvenss na našu prvú vzorku 10 000 vygenerovaných udalostí z DRAGON-u. Po zoradení udalostí a ich roztriedení do desiatich tried udalostí sme z programu dostali tiež uhlové rozdelenie častíc v jednotlivých triedach, ktoré sú znázornené na obr. 3.5. Pre lepšie porovnanie jednotlivých tried sme tiež vypočítali koeficienty v_2 a v_3 pre každú triedu. Závislosť týchto koeficientov na triede je znázornený na obr. 3.6. Na týchto grafoch je veľmi pekne vidno, ako sa postupne pomaly mení tvar udalostí. Zároveň si môžeme všimnúť, že v_3 sa postupne mení na symetrickom intervale z kladnej hodnoty na zápornú. Bežne je zaužívaná konvencia, že v_3 je kladné a mení sa fázový uhol. Táto konvencia, v ktorej sa fázový uhol nemení a v_3 naberá aj záporné hodnoty, je však informatívnejšia, pretože vďaka nej vidíme, že udalosti v prvej a poslednej triede majú presne opačné anizotropie tretieho rádu.



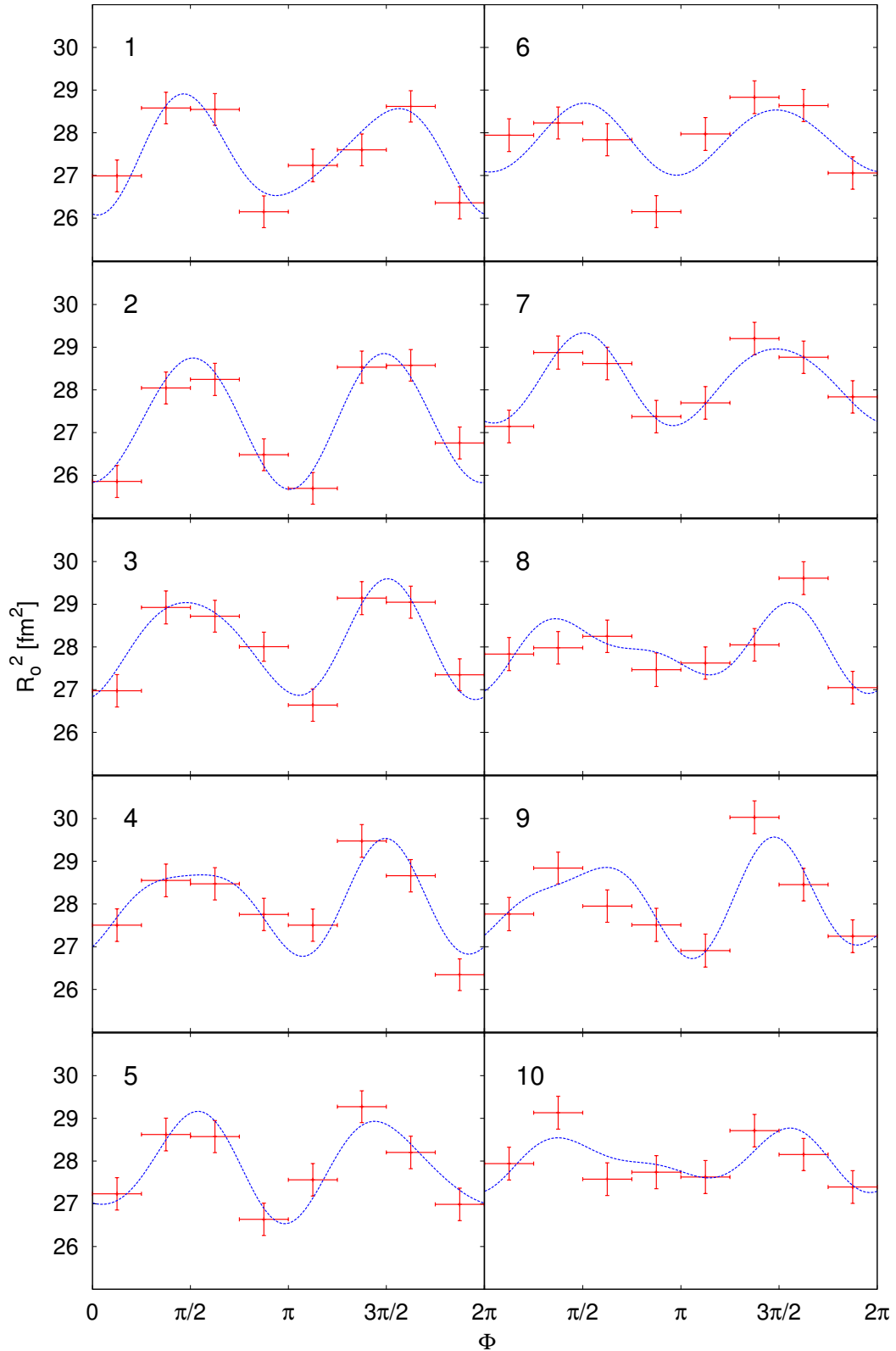
Obr. 3.5: Uhlové rozdelenie počtu častíc v jednotlivých triedach. 10 000 DRAGON-om vygenerovaných udalostí sme zoradili podľa podobnosti a rozdelili do desiatich košov. Na histogramoch sú znázornené priemerné počty častíc v závislosti od azimutu pre jednotlivé koše.

Udalosti tak máme zoradené a roztriedené do desiatich tried. Pre každú triedu

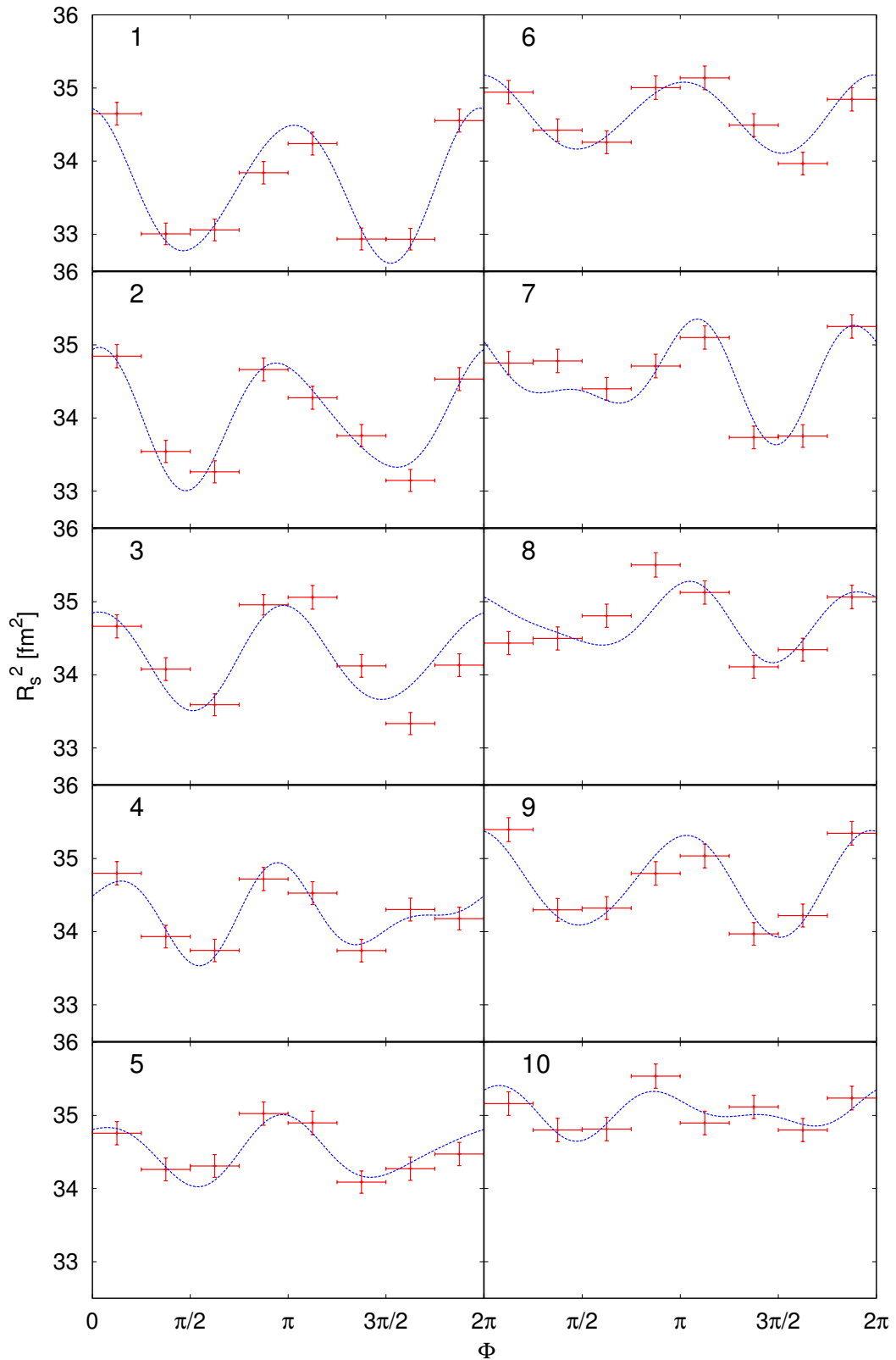


Obr. 3.6: Vývoj koeficientov v_2 a v_3 v jednotlivých triedach. Na hornom obrázku vidíme závislosť koeficientu v_2 od triedy, na spodnom sa jedná o koeficient v_3 . Triedy sú vytvorené zoradením 10 000 udalostí vygenerovaných DRAGON-om.

môžeme opäť určiť azimutálnu závislosť korelačných polomerov. Korelačné funkcie tak budeme musieť počítať pre 80 bodov, preto sme počet párov hľadaných programom CRAB nastavili na $1 \cdot 10^8$, čo nám síce zvýši nepresnosť, no značne zníži čas výpočtu. Na obr. 3.7 a 3.8 sú znázornené azimutálne závislosti oboch korelačných polomerov pre jednotlivé triedy udalostí. Tu sme tiež nafitovali jednotlivé grafy funkciou $f(x) = a(1 + b \cos(2x) + c \cos(3(x - d)))$. Na nafitovaných grafoch vidíme kombináciu druhého aj tretieho rádu anizotropií. Navyše medzi jednotlivými grafmi vidíme, ako sa tvar udalostí postupne mení z jednej triedy na druhú.



Obr. 3.7: Azimutálna závislosť R_o jednotlivých tried udalostí. 10 000 DRAGON-om vygenerovaných udalostí sme zoradili podľa podobnosti a rozdelili do desiatich košov. Neistota v x -ovom smere odpovedá šírke uhlového koša, v y -ovom smere sa jedná o neistotu fitu. Modrou čiarou je znázornený fit funkciou $f(x) = a(1 + b \cos(2x) + c \cos(3(x - d)))$.



Obr. 3.8: Azimutálna závislosť R_s jednotlivých tried udalostí. 10 000 DRAGON-om vygenerovaných udalostí sme zoradili podľa podobnosti a rozdelili do desiatich košov. Neistota v x -ovom smere odpovedá šírke uhlového koša, v y -ovom smere sa jedná o neistotu fitu. Modrou čiarou je znázornený fit funkciou $f(x) = a(1 + b \cos(2x) + c \cos(3(x - d)))$.

Korelačné polomery s anizotropiou druhého a tretieho rádu môžeme zapísať tiež v tvare Fourierovho radu

$$R_\mu^2 = R_{\mu,0}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} R_{\mu,n}^2 \cos(n(\phi - \delta_n)). \quad (3.2)$$

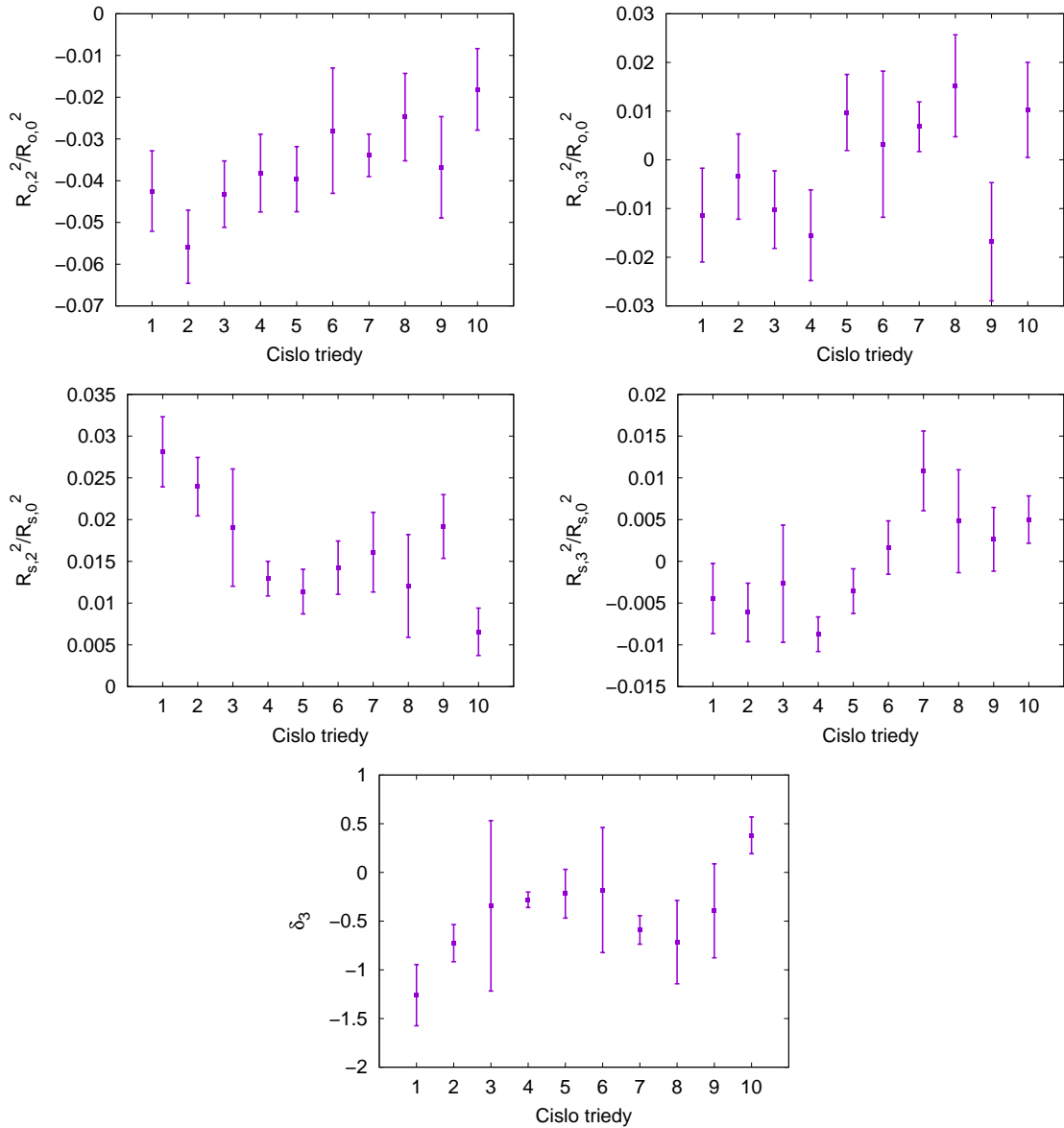
Vývoj týchto koeficientov v jednotlivých triedach nám prezradí viac o tom, ako sa postupne mení tvar udalostí. Na obr. 3.9 sú znázornené vývoje relatívnych fourierových koeficientov korelačných polomerov. Vidíme, že z dôvodu nízkej štatistiky a malého počtu udalostí v jednotlivých triedach, sú neistoty relatívne vysoké. Napriek tomu môžeme vidieť vývoj medzi jednotlivými triedami.

3.4 Ďalší výskum

Časová náročnosť jednotlivých programov nám nedovolila získať výsledky s presnosťou, s akou by sme boli spokojní. V najbližšej dobe máme v pláne získať korelácie v podobných udalostiach aj pre vzorku 200 000 udalostí vygenerovaných DRAGON-om. Tu však najskôr musíme vyriešiť problém s programom Yvenss, ktorý takýto veľký počet udalostí nezvláda triediť kvôli nedostatku pamäti. Keďže pri tomto postupe potrebujeme vypočítať korelačnú funkciu pre 80 bodov, je potrebné si premyslieť, akú presnosť od výsledkov požadujeme, a teda aký počet hľadaných párov častíc treba v programe CRAB nastaviť.

Taktiež už máme vygenerovaných 10 000 udalostí z programu AMPT. Na tejto vzorke môžeme taktiež najskôr určiť azimutálnu závislosť korelačných polomerov a potom udalosti zoradiť a určiť azimutálnu závislosť korelačných polomerov pre menšie triedy udalostí.

Ako ďalší vhodný generátor udalostí by mohol byť použitý program URQMD [18], ktorý je rýchlejší ako AMPT, a tak by sme mohli pracovať s väčším množstvom udalostí.



Obr. 3.9: Vývoj relatívnych fourierových koeficientov korelačných polomerov v jednotlivých triedach. V prvom riadku vľavo je znázornený vývoj $R_{o,2}^2/R_{o,0}^2$, vpravo je znázornený vývoj $R_{o,3}^2/R_{o,0}^2$, v druhom riadku vľavo je $R_{s,2}^2/R_{s,0}^2$, vpravo je $R_{s,3}^2/R_{s,0}^2$ a v poslednom riadku je znázornený vývoj fázy δ_3 . Triedy sú vytvorené zoradením 10 000 udalostí vygenerovaných DRAGON-om.

Záver

Táto práca bola rozdelená na dve hlavné časti. V prvej časti práce bolo našim cieľom ukázať, aký vplyv má priemerovanie a sčítavanie udalostí na tvar korelačnej funkcie.

Výsledky z experimentálnych dát ukazujú, že korelačná funkcia nemá presný gaussovský tvar, ale je mierne odlišná. V našej práci sme však ukázali, že to, že je korelačná funkcia negaussovská, môže vyplývať aj z toho, že sa pri výpočte sčítavali udalosti s rôznymi tvarmi či rôzne otočené udalosti. Ukázali sme, že aj keby boli výsledkom jednotlivých udalostí gaussovskej korelačnej funkcie, ustredňovaním cez veľkosť zdroja sa táto vlastnosť stratí, a výsledkom bude negaussovská korelačná funkcia.

To, ako veľmi je korelačná funkcia negaussovská, vieme veľmi pekne pozorovať pomocou Lévyho parametru. Máme teda aj kvantitatívnu ukážku toho, že ustredňovanie skutočne spôsobuje to, že sa výsledok vzdaluje od gaussovskej funkcie. To ukázalo aj posledné cvičenie, kedy sme sa pozreli na korelačné funkcie z Blast-wave modelu. Zobrali sme rôzne otočené korelačné funkcie a jednoducho sme ich ustrednili. Výsledkom bola zmena Lévyho parametru, a teda že sa nám korelačná funkcia v dôsledku ustrednenia vzdialila od gaussovskej funkcie.

V druhej časti práce sme sa pozreli na simulované udalosti. Vygenerovali sme si udalosti pomocou programov DRAGON a AMPT. Tieto udalosti majú rôzne tvary, medzi ktorými sme sa snažili nájsť navzájom podobné udalosti. Aby sme sa vyhli tomu, že dve podobné udalosti budú len rôzne otočené, otočili sme všetky udalosti jedným smerom, teda tak, aby mali uhol θ_2 nulový.

Takto pootáčané udalosti majú tú vlastnosť, že v súčte sa anizotropia druhého rádu nasčíta, zatiaľ čo anizotropia tretieho rádu sa vyruší. To môžeme veľmi pekne pozorovať, keď určíme azimutálnu závislosť korelačných polomerov. To sme urobili hneď pre tri rôzne vzorky udalostí: 10 000 udalostí z DRAGON-u, 200 000 udalostí z DRAGON-u a 5 000 udalostí z AMPT. Vo všetkých troch prípadoch môžeme vidieť jasnú harmonickú zložku $\cos(2x)$.

Aby sme uvideli aj tretí rád anizotropií, museli sme udalosti zoradiť podľa ich podobnosti. To sme urobili pomocou programu Yvenss, ktorý je založený na triedení udalostí podľa tvaru. Udalosti sme teda zoradili a rozdelili do desiatich menších tried. V každej triede sa tak nachádzali podobné udalosti. Preto sme ďalej v každej triede

opäť určili azimutálnu závislosť korelačných polomerov. Na týchto obrázkoch môžeme pekne vidieť, ako sa uhlová závislosť a teda aj priemerný tvar udalosti mení medzi jednotlivými triedami. Taktiež tu môžeme vidieť aj kombináciu anizotropií druhého aj tretieho rádu na jednom grafe. Tento proces sme kvôli časovej náročnosti urobili iba pre vzorku 10 000 udalostí z DRAGON-u, no v najbližšej dobe máme v pláne pokračovať a proces zopakovať aj s väčšou štatistikou.

Literatúra

- [1] J. Adams et al, *Azimuthally Sensitive Hanbury Brown–Twiss Interferometry in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV*. Physical Review Letters 93, 012301 (2004).
- [2] B. Tomášik, *Disentangling spatial and flow anisotropy*. Acta Physica Polonica B 36, 2087 (2005).
- [3] B. Tomášik, *DRAGON: Monte Carlo generator of particle production from a fragmented fireball in ultrarelativistic nuclear collisions*. Computer Physics Communications 180, 1642 (2009).
- [4] Z. Lin et al, *A Multi-Phase Transport Model for Relativistic Heavy Ion Collisions*. Physical Review C 72, 064901 (2005).
- [5] X. N. Wang, *Role of multiple minijets in high-energy hadronic reactions*. Physical Review D 43, 104 (1991).
- [6] X. N. Wang a M. Gyulassy, *HIJING: A Monte Carlo model for multiple jet production in pp, pA, and AA collisions*. Physical Review D 44, 3501 (1991).
- [7] X. N. Wang a M. Gyulassy, *Systematic study of particle production in p + p(\bar{p}) collisions via the HIJING model*. Physical Review D 45, 844 (1992).
- [8] M. Gyulassy a X. N. Wang, *HIJING 1.0: A Monte Carlo program for parton and particle production in high energy hadronic and nuclear collisions*. Computer Physics Communications 83, 307 (1994).
- [9] B. Zhang, *ZPC 1.0.1: a parton cascade for ultrarelativistic heavy ion collisions*. Computer Physics Communications 109, 193 (1998).
- [10] B. Andersson, G. Gustafson a B. Soderberg, *Baryon Production in Jet Fragmentation and γ -Decay*. Zeitschrift für Physik C 20, 317 (1983).
- [11] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman a T. Sjostrand, *Parton fragmentation and string dynamics*. Physics Reports 97, 31 (1983).

- [12] T. Sjostrand, *High-energy-physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4*. Computer Physics Communications 82, 74 (1994); <http://www.thep.lu.se/tf2/staff/torbjorn/Pythia.html>.
- [13] B. A. Li a C. M. Ko, *Formation of superdense hadronic matter in high energy heavy-ion collisions*. Physical Review C 52, 2037 (1995).
- [14] B. Li, A. T. Sustich, B. Zhang a C. M. Ko, *Studies of superdense hadronic matter in a relativistic transport model*. International Journal of Modern Physics E 10, 267 (2001).
- [15] S. Pratt, *Correlation After Burner*. [online] <http://www.pa.msu.edu/pratts/freecodes/crab/home.html>
- [16] J. Tóth, *Triedenie empirických rozdelení podľa tvaru*. Diplomová práca. Banská Bystrica, UMB (2017).
- [17] R. Kopečná a B. Tomášik, *Event shape sorting*. European Physical Journal A 52, 16115 (2016).
- [18] S. A. Bass et al, *Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions*. Progress in Particle and Nuclear Physics 41, 225 (1998)
- [19] W. Florkowski, *Phenomenology of Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions*. World Scientific, 2010. ISBN 978-981-4280-66-2.
- [20] U. A. Wiedemann, *Two-particle interferometry for noncentral heavy-ion collisions*. Physical Review C 57, 266 (1998).
- [21] C. Plumberg a U. Heinz, *Probing the properties of event-by-event distributions in Hanbury-Brown-Twiss radii*. Physical Review C 92, 044906 (2015).
- [22] T. Csörgő, S. Hegyi a W. A. Zajc, *Bose-Einstein correlations for Levy stable source distributions*. European Physical Journal C 36, 67 (2004).